دانشگاه سمنان

Semnan University
Faculty of Mechanical Engineering

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشکده مهندسی مکانیک

درس کنترل اتوماتیک

AUTOMATIC CONTROL

مدلسازی و نمایش سیستم های دینامیکی و کنترلی

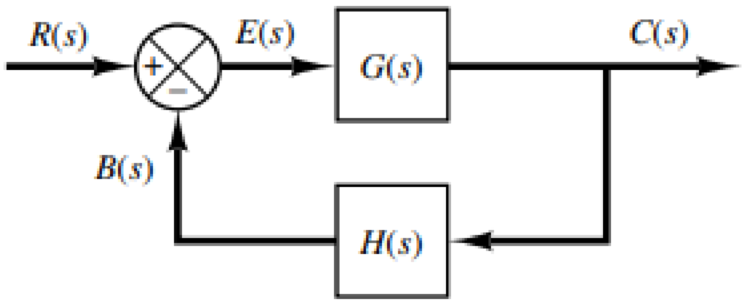
❑ فهرست مطالب

- مقدمه ای بر سیستم های کنترل
- **مدلسازی و نمایش سیستم های دینامیکی و کنترلی**
- پایداری سیستم های کنترلی
- روش مکان هندسی ریشه ها
- تحلیل پاسخ گذرا و ماندگار سیستم های کنترلی
- روش های تحلیل پاسخ فرکانسی
- طراحی سیستم های کنترل

مدلسازی سیستم های دینامیکی

❑ مدلسازی ریاضی

- مدلسازی با توجه به نوع سیستم و انتظارات، می تواند حالت های مختلفی داشته باشد.
- در فرآیند مدلسازی باید بین سادگی و دقت مدل تعادل ایجاد کرد.
- به صورت کلی ۳ روش برای نمایش سیستم های مختلف وجود دارد:
  - ✓ معادلات ریاضی فضای حالت
  - ✓ توابع تبدیل
  - ✓ بلوک دیاگرام



مدلسازی سیستم های دینامیکی

- به صورت کلی سیستم ها به دو گروه تقسیم می شوند:
  - ✓ سیستم های خطی
  - ✓ سیستم های غیرخطی
  - ✓ در سیستم های خطی اصل بر هم نهی (اصل جمع آثار – Superposition) برقرار است.

- پارامترهای یک سیستم می توانند ثابت یا متغیر باز زمان باشند.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t)$$

- اغلب سیستم ها در این درس به صورت سیستم های خطی نامتغیر با زمان در نظر گرفته می شوند.

✓ **Linear Time Invariant Systems (LTI Systems)**

دانشگاه سمنان

مدلسازی سیستم های دینامیکی

❑ توابع تبدیل

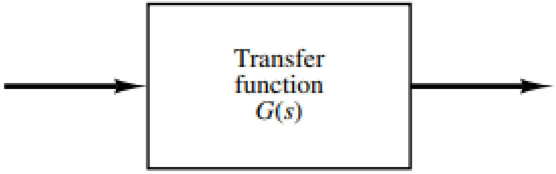
❖ برای نمایش رابطه بین ورودی و خروجی یک سیستم، از تابع تبدیل استفاده می شود.

✓ تابع تبدیل برای یک سیستم LTI برابر نسبت تبدیل لاپلاس خروجی (پاسخ سیستم) به ورودی (عامل تحریک سیستم) تحت شرایط اولیه صفر می باشد.

$$a_0 \overset{(n)}{y} + a_1 \overset{(n-1)}{y} + \cdots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y$$

$$= b_0 \overset{(m)}{x} + b_1 \overset{(m-1)}{x} + \cdots + b_{m-1}\dot{x} + b_m x \qquad (n \ge m)$$

$$\text{Transfer function} = G(s) = \left.\frac{\mathscr{L}[\text{output}]}{\mathscr{L}[\text{input}]}\right|_{\text{zero initial conditions}}$$



$$= \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1}s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n}$$

✓ با استفاده از تابع تبدیل، معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری تبدیل می شوند.

✓ بزرگ ترین توان s در مخرج تابع تبدیل، درجه سیستم نامیده می شود.

دانشگاه سمنان

مدلسازی سیستم های دینامیکی

ویژگی های تابع تبدیل

- تابع تبدیل عملگری است که به نوعی رابطه تغییرات خروجی بر حسب ورودی را نمایش می دهد.
- تابع تبدیل وابسته به ذات سیستم و مستقل از ورودی می باشد.
- تابع تبدیل برای سیستم های مختلف (مثل سیستم های مکانیکی، هیدرولیکی، الکتریکی و ...) قابل تعریف است و حتی ممکن است برای سیستم های از نوع مختلف، یکسان باشد.
- در صورت مشخص بودن تابع تبدیل، می توان خروجی و رفتار سیستم را برای شرایط مختلف ورودی پیش بینی و بررسی نمود.
- در صورت مشخص نبودن تابع تبدیل، می توان با اعمال ورودی های مختلف به سیستم، ثبت خروجی ها و تحلیل نتایج تخمینی از تابع تبدیل سیستم به دست آورد.

مدلسازی سیستم های دینامیکی

❑ ویژگی های تابع تبدیل

- تابع تبدیل در فضای لاپلاس تعریف می شود.
- برای به دست آوردن خروجی سیستم در حوزه زمان، باید از انتگرال کانولوشن استفاده کرد.

✓ **Convolution Integral**

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \rightarrow Y(s) = G(s)X(s)$$

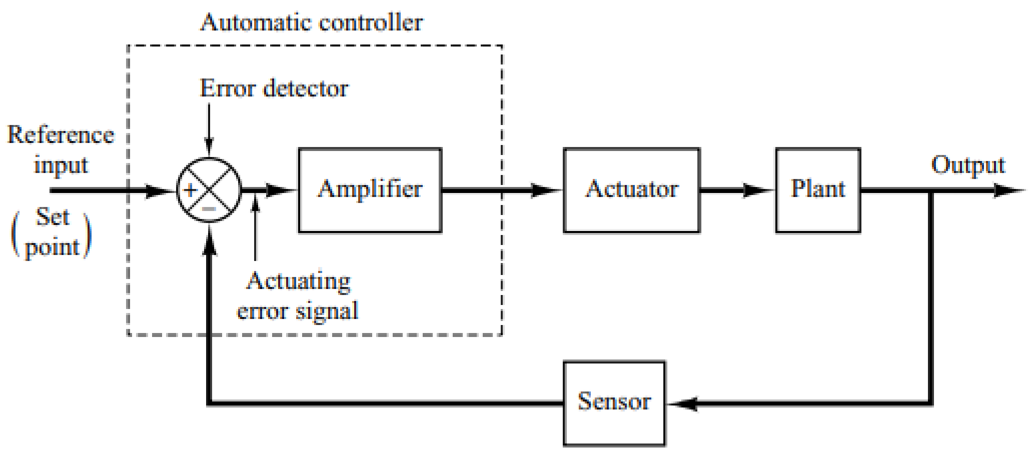
$$\rightarrow y(t) = \int_0^t x(\tau)g(t-\tau)\,d\tau$$

$$= \int_0^t g(\tau)x(t-\tau)\,d\tau$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

نمایش سیستم با توابع تبدیل

- برای هر بخش از سیستم می توان یک تابع تبدیل جداگانه در نظر گرفت.
- ارتباط بین توابع تبدیل در سیستم با استفاده از بلوک دیاگرام ها نمایش داده می شود.



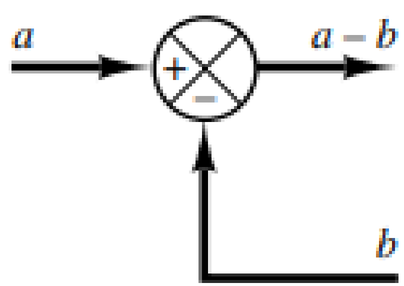
- نهایتا تابع تبدیل کل سیستم، نسبت خروجی به ورودی سیستم خواهد بود.

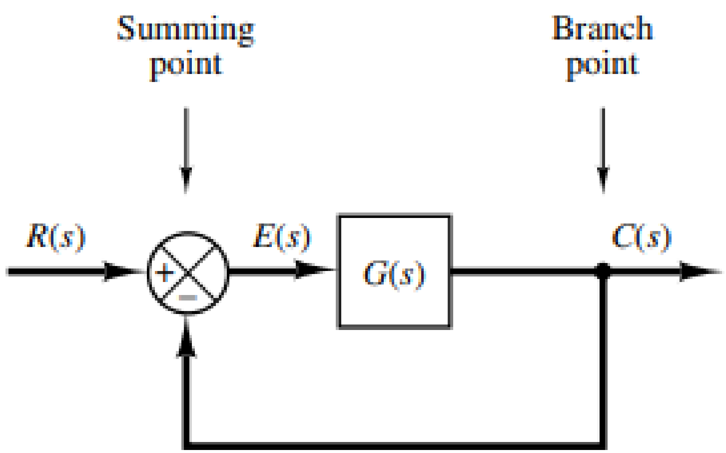
مدلسازی سیستم های دینامیکی

❑ ویژگی های بلوک دیاگرام

✓ بلوک دیاگرام نشان دهنده ارتباط بین بخش های مختلف سیستم و فرآیند انتقال سیگنال ها به صورت تصویری است.

✓ برخی از قواعد به کار رفته در رسم بلوک دیاگرام:

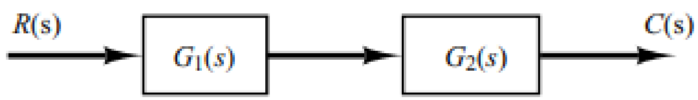




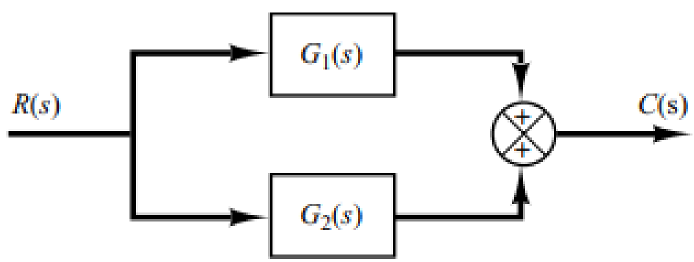
مدلسازی سیستم های دینامیکی

❑ حالت های مختلف سیستم ها

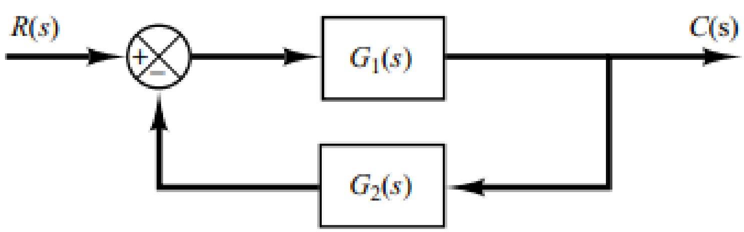
- ✓ سیستم های سری (Cascaded Systems)



- ✓ سیستم های موازی (Parallel Systems)



- ✓ سیستم های مدار بسته (با فیدبک)
(Feedback Systems – Closed Loop)



مدلسازی سیستم های دینامیکی

- ایجاد تابع تبدیل در MatLab

MATLAB Program 2–1

```
num1 = [10];
den1 = [1  2  10];
num2 = [5];
den2 = [1  5];
[num, den] = series(num1,den1,num2,den2);
printsys(num,den)

num/den =

           50
  ----------------------
  s^3 + 7s^2 + 20s + 50

[num, den] = parallel(num1,den1,num2,den2);
printsys(num,den)

num/den =

     5s^2 + 20s + 100
  ----------------------
  s^3 + 7s^2 + 20s + 50

[num, den] = feedback(num1,den1,num2,den2);
printsys(num,den)

num/den =

         10s + 50
  -----------------------
  s^3 + 7s^2 + 20s + 100
```

مدلسازی سیستم های دینامیکی

❑ مدلسازی در فضای حالت

- ✓ روند به کارگیری فرآیندهای کنترلی به دلیل لزوم کنترل فرآیندهای پیچیده و دقت بالای مورد نیاز، به سمت پیچیدگی بیشتر می رود.
- ✓ به همین دلیل فرآیند مدلسازی از اهمیت بالایی برخوردار است.

❖ **تعاریف اصلی مدلسازی در فضای حالت:**

- ✓ حالت سیستم (State)
- ✓ متغیر حالت (State Variables)
- ✓ بردار حالت (State Vector)
- ✓ فضای حالت (State Space)

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- تعریف سیستم های دینامیکی در فضای حالت
  - معادلات حاکم بر سیستم
    - ✓ معادلات دینامیکی
    - ✓ معادلات خروجی

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
\dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t) \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
y_m(t) &= g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n; u_1, u_2, \ldots, u_r; t)
\end{aligned}
$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- تعریف سیستم های دینامیکی
  - تعریف بردار متغیرهای حالت، ورودی و خروجی

$$\mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix} x_1(t)\\ x_2(t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ x_n(t)\end{bmatrix} \qquad \mathbf{u}(t)=\begin{bmatrix} u_1(t)\\ u_2(t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ u_r(t)\end{bmatrix} \qquad \mathbf{y}(t)=\begin{bmatrix} y_1(t)\\ y_2(t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ y_m(t)\end{bmatrix}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- معادلات برداری سیستم های دینامیکی
  - تعریف برداری معادلات

$$\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u},t)=\begin{bmatrix} f_1(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t)\\ f_2(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ f_n(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t)\end{bmatrix}\qquad \mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{u},t)=\begin{bmatrix} g_1(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t)\\ g_2(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t)\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ g_m(x_1,x_2,\ldots,x_n;u_1,u_2,\ldots,u_r;t)\end{bmatrix}$$

  - فرم برداری معادلات

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u},t)$$

$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{u},t)$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- خطی سازی سیستم های دینامیکی
  - بسیاری از سیستم ها رفتار غیرخطی دارند.
  - در سیستم های غیرخطی، اصل برهم نهی لزوما برقرار نیست.
  - برای ساده کردن بررسی یک سیستم غیرخطی، با فرض تغییرات کوچک نسبت به ناحیه کاری تعریف شده، سیستم با یک سیستم خطی تقریب زده می شود.
  - استفاده از مدل خطی فقط در ناحیه اطراف محل خطی سازی معتبر است.
  - برای خطی سازی می توان از بسط تیلور و تقریب مرتبه اول استفاده کرد.

$$y = f(x) \longrightarrow y = f(x) = f(\bar{x}) + \frac{df}{dx}(x-\bar{x}) + \frac{1}{2!}\frac{d^2f}{dx^2}(x-\bar{x})^2 + \cdots$$

$$\longrightarrow y = \bar{y} + K(x-\bar{x}) \qquad \bar{y} = f(\bar{x})$$

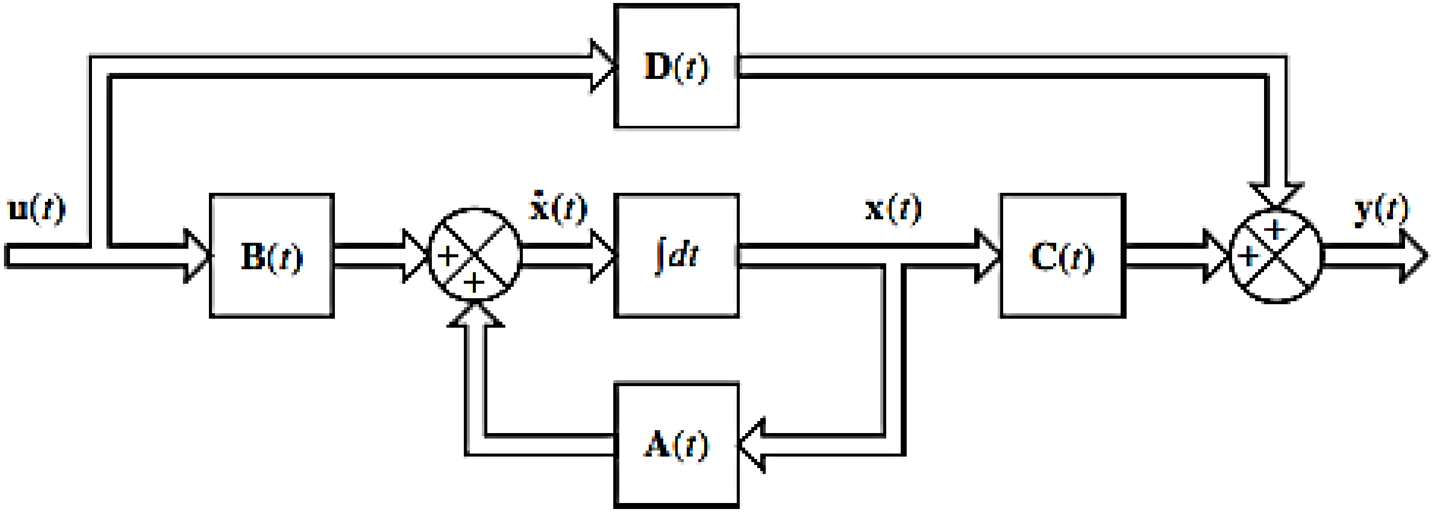
$$K = \left.\frac{df}{dx}\right|_{x=\bar{x}}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- نمایش معادلات خطی فضای حالت به صورت بلوک دیاگرام
  - سیستم LTI

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$



مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های مکانیکی
  - رسم دیاگرام آزاد و نوشتن معادلات نیوتن اویلر
  - روش های انرژی و لاگرانژ

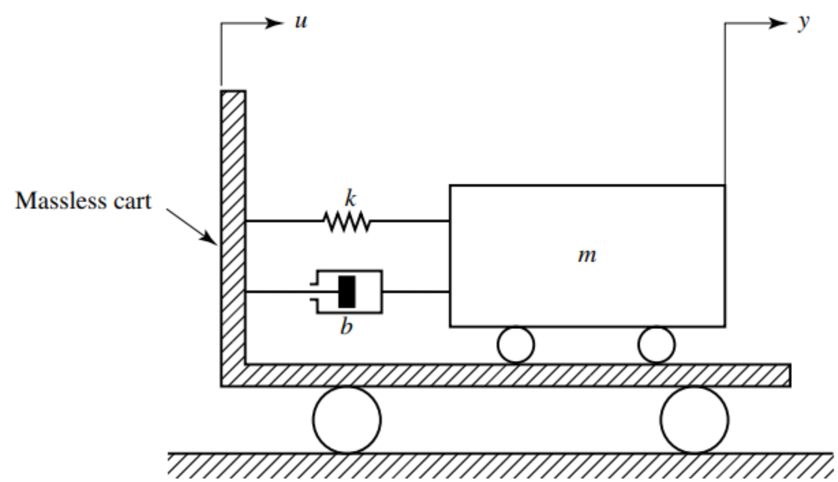
$$ma = \sum F$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -b\left(\frac{dy}{dt} - \frac{du}{dt}\right) - k(y-u)$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + b\frac{dy}{dt} + ky = b\frac{du}{dt} + ku$$

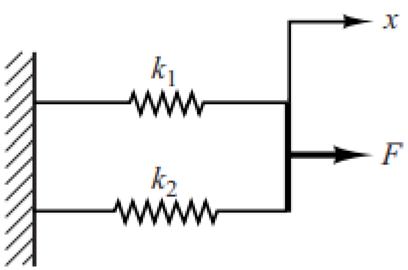
$$(ms^2 + bs + k)Y(s) = (bs + k)U(s)$$

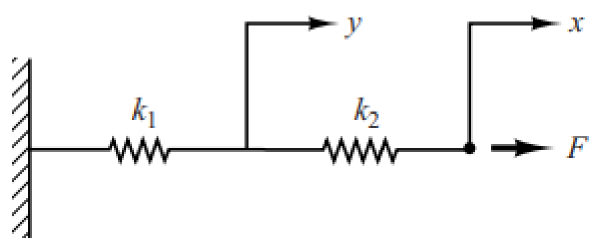
$$\text{Transfer function} = G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{bs+k}{ms^2+bs+k}$$



مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های مکانیکی
  - فنر معادل





$$k_1 x + k_2 x = F = k_{eq} x$$

$$\rightarrow \quad k_{eq} = k_1 + k_2$$

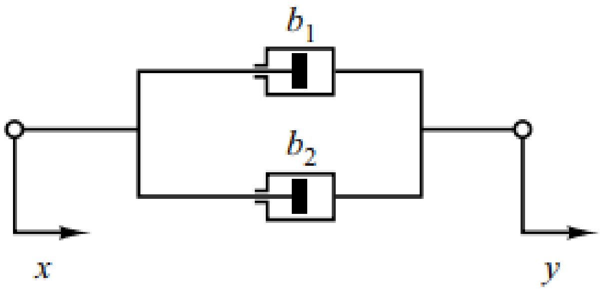
$$k_1 y = F, \qquad k_2(x - y) = F \quad \rightarrow \quad k_2\left(x - \frac{F}{k_1}\right) = F$$

$$\rightarrow \quad k_2 x = F + \frac{k_2}{k_1} F = \frac{k_1 + k_2}{k_1} F$$

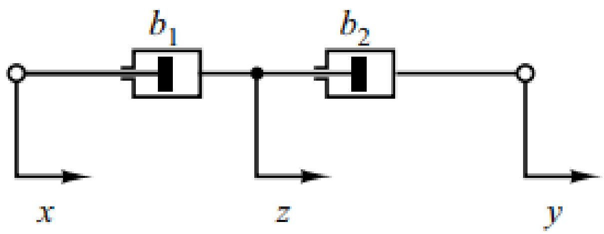
$$\rightarrow \quad k_{eq} = \frac{F}{x} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{1}{\dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های مکانیکی
  - دمپر معادل



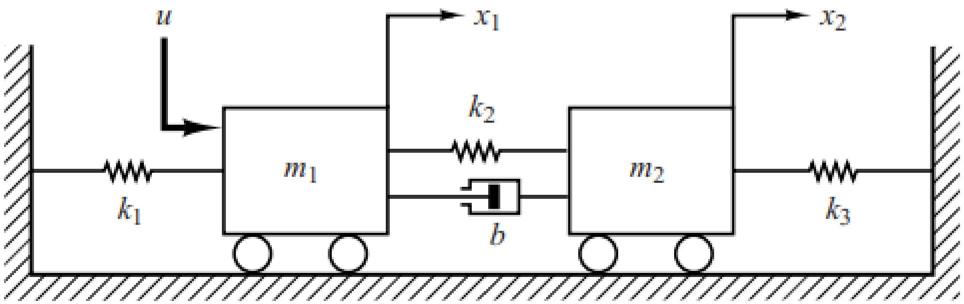
$$b_{eq} = b_1 + b_2$$



$$b_{eq} = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2} = \frac{1}{\dfrac{1}{b_1} + \dfrac{1}{b_2}}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های مکانیکی
  - سیستم های دو درجه آزادی



$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1x_1 - k_2(x_1 - x_2) - b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + u$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k_3x_2 - k_2(x_2 - x_1) - b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

$$\Rightarrow \quad m_1\ddot{x}_1 + b\dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 = b\dot{x}_2 + k_2x_2 + u$$

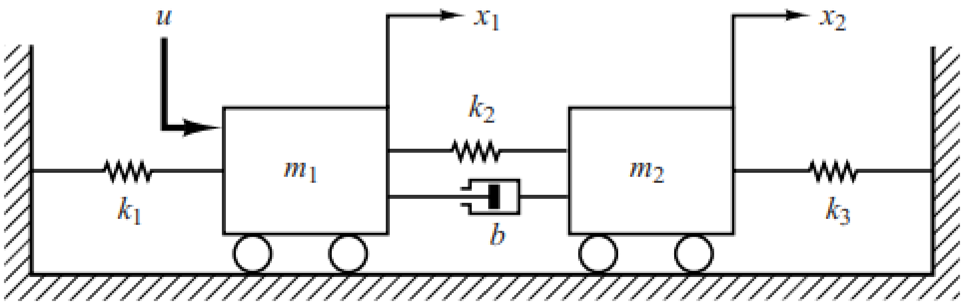
$$m_2\ddot{x}_2 + b\dot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 = b\dot{x}_1 + k_2x_1$$

$$\Rightarrow \quad [m_1s^2 + bs + (k_1 + k_2)]X_1(s) = (bs + k_2)X_2(s) + U(s)$$

$$[m_2s^2 + bs + (k_2 + k_3)]X_2(s) = (bs + k_2)X_1(s)$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های مکانیکی
  - سیستم های دو درجه آزادی



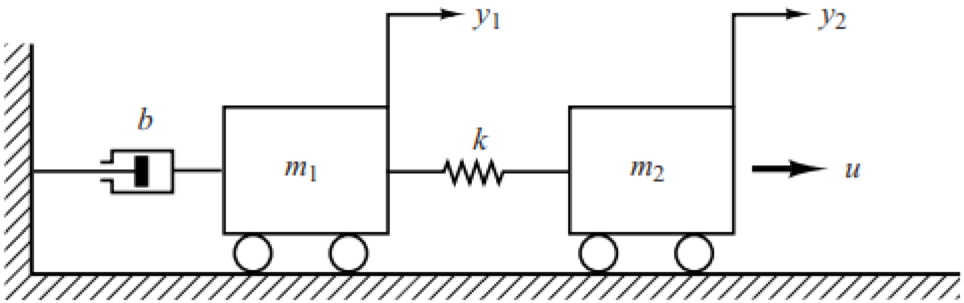
$$\left[(m_1s^2 + bs + k_1 + k_2)(m_2s^2 + bs + k_2 + k_3) - (bs + k_2)^2\right]X_1(s) = (m_2s^2 + bs + k_2 + k_3)U(s)$$

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{m_2s^2 + bs + k_2 + k_3}{(m_1s^2 + bs + k_1 + k_2)(m_2s^2 + bs + k_2 + k_3) - (bs + k_2)^2}$$

$$\frac{X_2(s)}{U(s)} = \frac{bs + k_2}{(m_1s^2 + bs + k_1 + k_2)(m_2s^2 + bs + k_2 + k_3) - (bs + k_2)^2}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های مکانیکی
  - سیستم های دو درجه آزادی



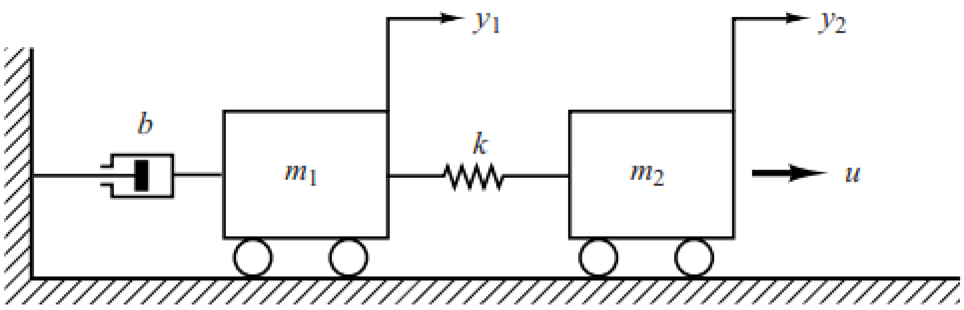
$$m_1\ddot{y}_1 + b\dot{y}_1 + k(y_1 - y_2) = 0$$
$$m_2\ddot{y}_2 + k(y_2 - y_1) = u$$

$$x_1 = y_1$$
$$x_2 = \dot{y}_1$$
$$x_3 = y_2$$
$$x_4 = \dot{y}_2$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m_1}[-b\dot{y}_1 - k(y_1 - y_2)] = -\frac{k}{m_1}x_1 - \frac{b}{m_1}x_2 + \frac{k}{m_1}x_3$$
$$\dot{x}_3 = x_4$$
$$\dot{x}_4 = \frac{1}{m_2}[-k(y_2 - y_1) + u] = \frac{k}{m_2}x_1 - \frac{k}{m_2}x_3 + \frac{1}{m_2}u$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های مکانیکی
  - سیستم های دو درجه آزادی

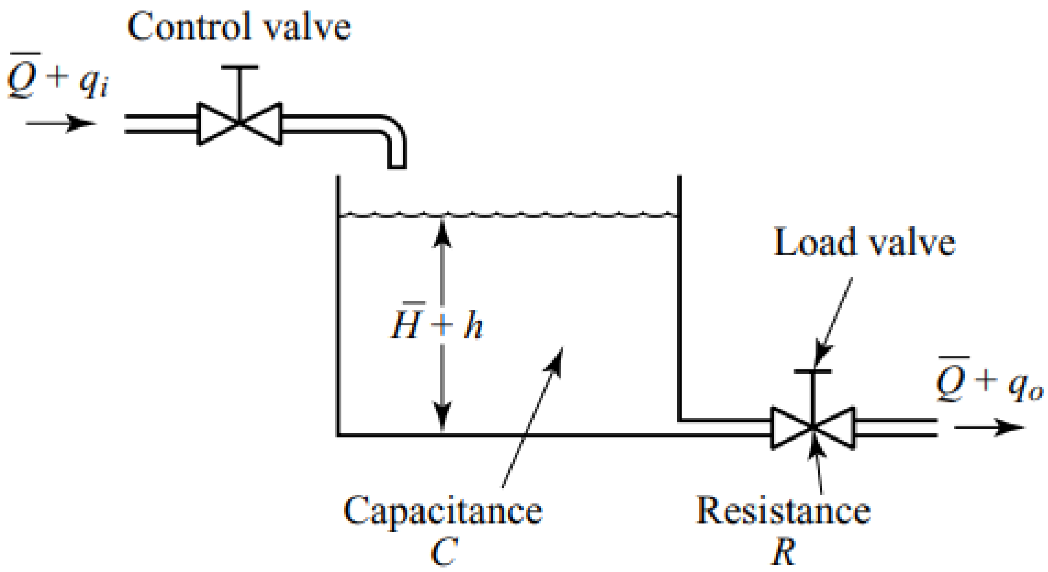


$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\dfrac{k}{m_1} & -\dfrac{b}{m_1} & \dfrac{k}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{k}{m_2} & 0 & -\dfrac{k}{m_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{m_2} \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های هیدرولیکی سطح سیال (Liquid Level)
  - تعیین متغیرهای حالت
  - نوشتن معادلات حول وضعیت پایا

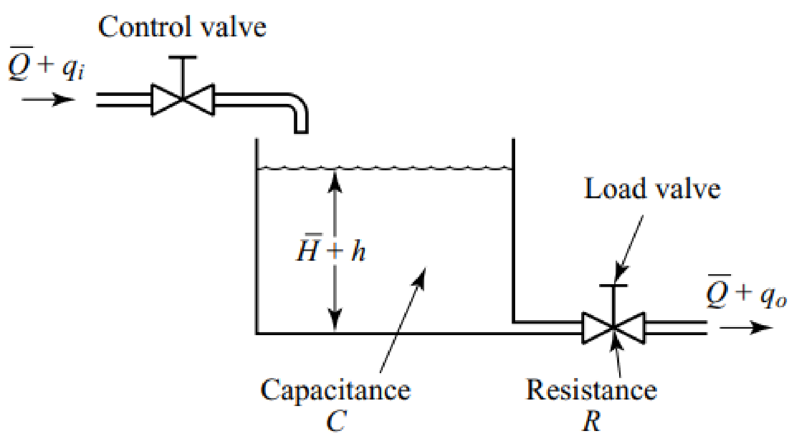


$\bar{Q}$ = steady-state flow rate (before any change has occurred), m^3/sec
q_i = small deviation of inflow rate from its steady-state value, m^3/sec
q_o = small deviation of outflow rate from its steady-state value, m^3/sec
$\bar{H}$ = steady-state head (before any change has occurred), m
h = small deviation of head from its steady-state value, m

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های هیدرولیکی
  - تعریف المان مقاوم در سیستم های هیدرولیکی
    - ✓ رابطه اختلاف فشار با دبی

$$R = \frac{\text{change in level difference, m}}{\text{change in flow rate, m}^3\text{/sec}}$$



- ✓ جریان آرام $R_l = \frac{dH}{dQ} = \frac{H}{Q}$
- ✓ جریان آشفته $R_t = \frac{2H}{Q}$

  - تعریف المان ذخیره ساز در سیستم های هیدرولیکی
    - ✓ رابطه تغییر حجم با فشار

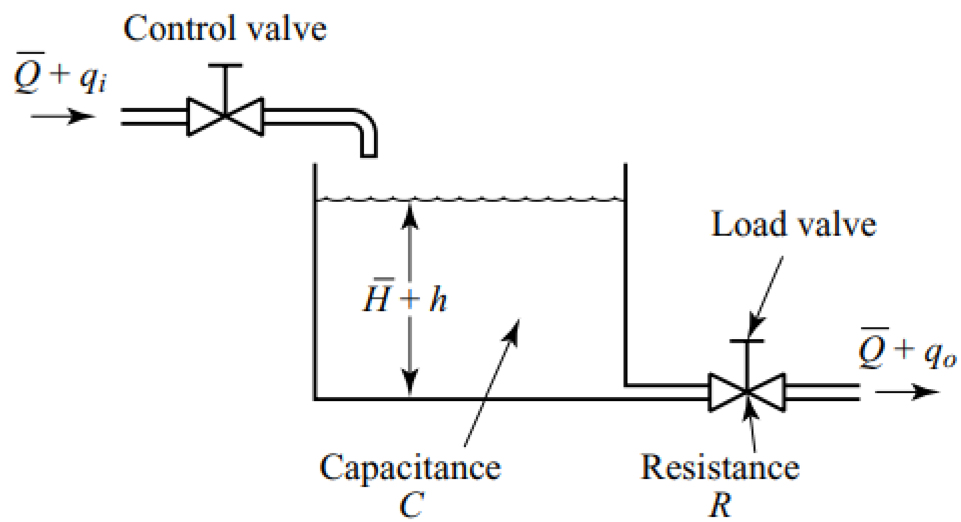
$$C = \frac{\text{change in liquid stored, m}^3}{\text{change in head, m}}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های هیدرولیکی

$$C\,dh = (q_i - q_o)\,dt$$

$$q_o = \frac{h}{R}$$



$$RC\frac{dh}{dt} + h = Rq_i$$

$$(RCs + 1)H(s) = RQ_i(s)$$

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{RCs + 1}$$

$$\frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

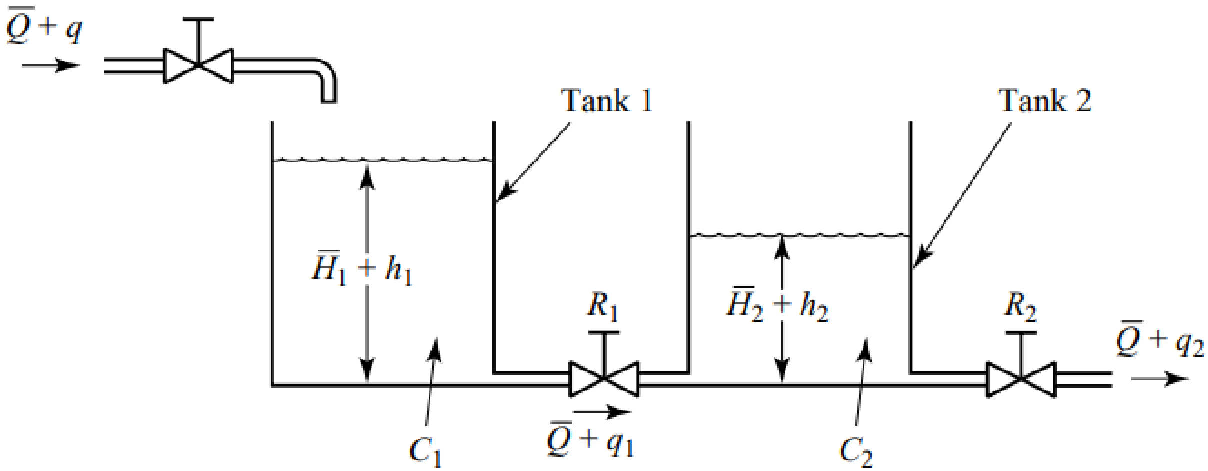
- مدلسازی سیستم های هیدرولیکی

$$\frac{h_1 - h_2}{R_1} = q_1$$

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q - q_1$$

$$\frac{h_2}{R_2} = q_2$$

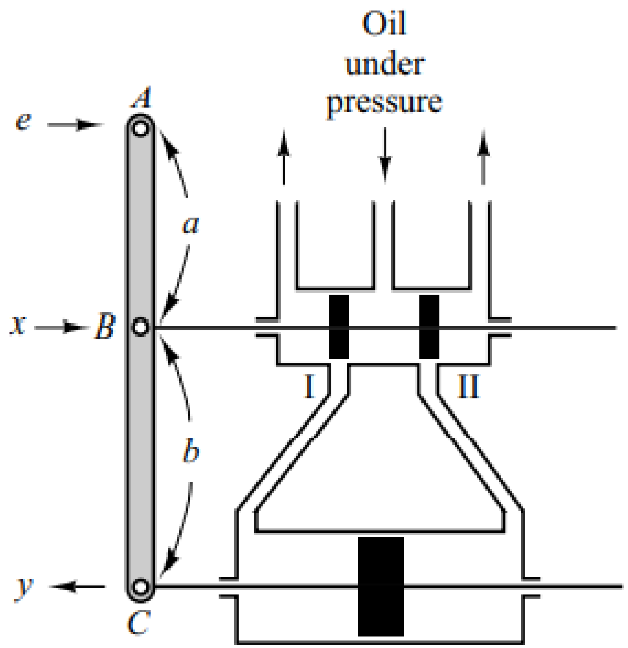
$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2$$



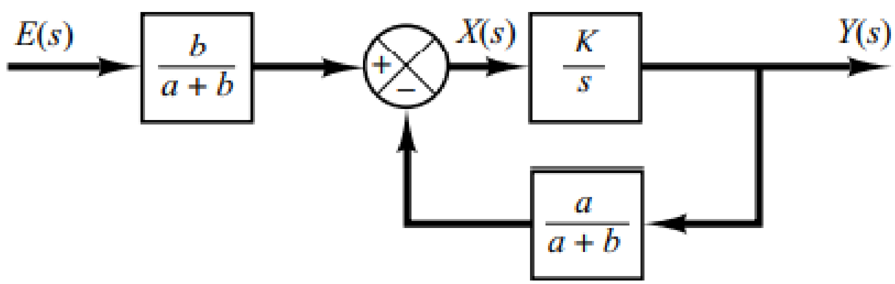
$$\rightarrow \quad \frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{R_1C_1R_2C_2s^2 + (R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1)s + 1}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- نمونه ای از سیستم های هیدرولیکی صنعتی
  - بلوک دیاگرام معادل سیستم



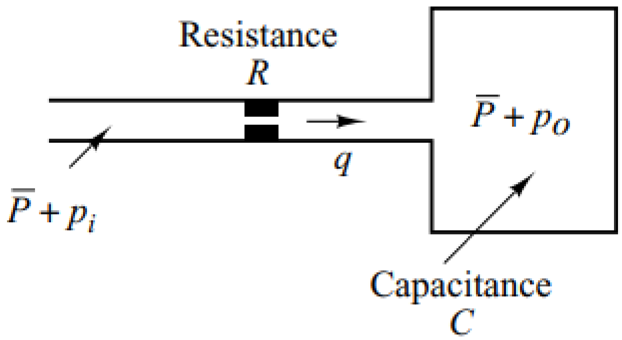
(a)



(b)

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های نیوماتیکی
  - تعیین متغیرهای حالت
  - نوشتن معادلات حول وضعیت پایا



  - تعریف مقاومت در سیستم های هیدرولیکی
    - ✓ رابطه اختلاف فشار با دبی

$$R = \frac{\text{change in gas pressure difference}}{\text{change in gas flow rate}} \qquad R = \frac{d(\Delta P)}{dq}$$

  - تعریف ذخیره ساز در سیستم های هیدرولیکی
    - ✓ رابطه تغییر حجم با فشار

$$C = \frac{\text{change in gas stored}}{\text{change in gas pressure}} \qquad C = \frac{dm}{dp} = V\frac{d\rho}{dp}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

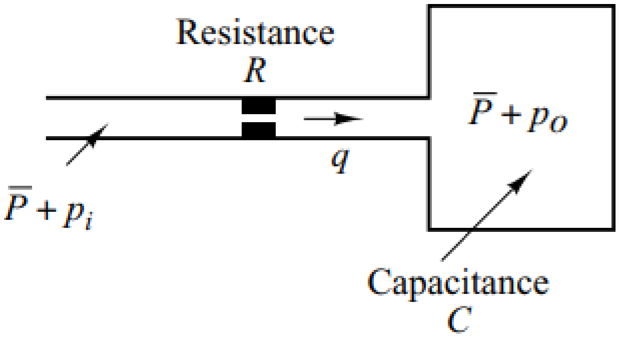
- مدلسازی سیستم های نیوماتیکی

$$R = \frac{p_i - p_o}{q}$$

$$C\frac{dp_o}{dt} = \frac{p_i - p_o}{R}$$

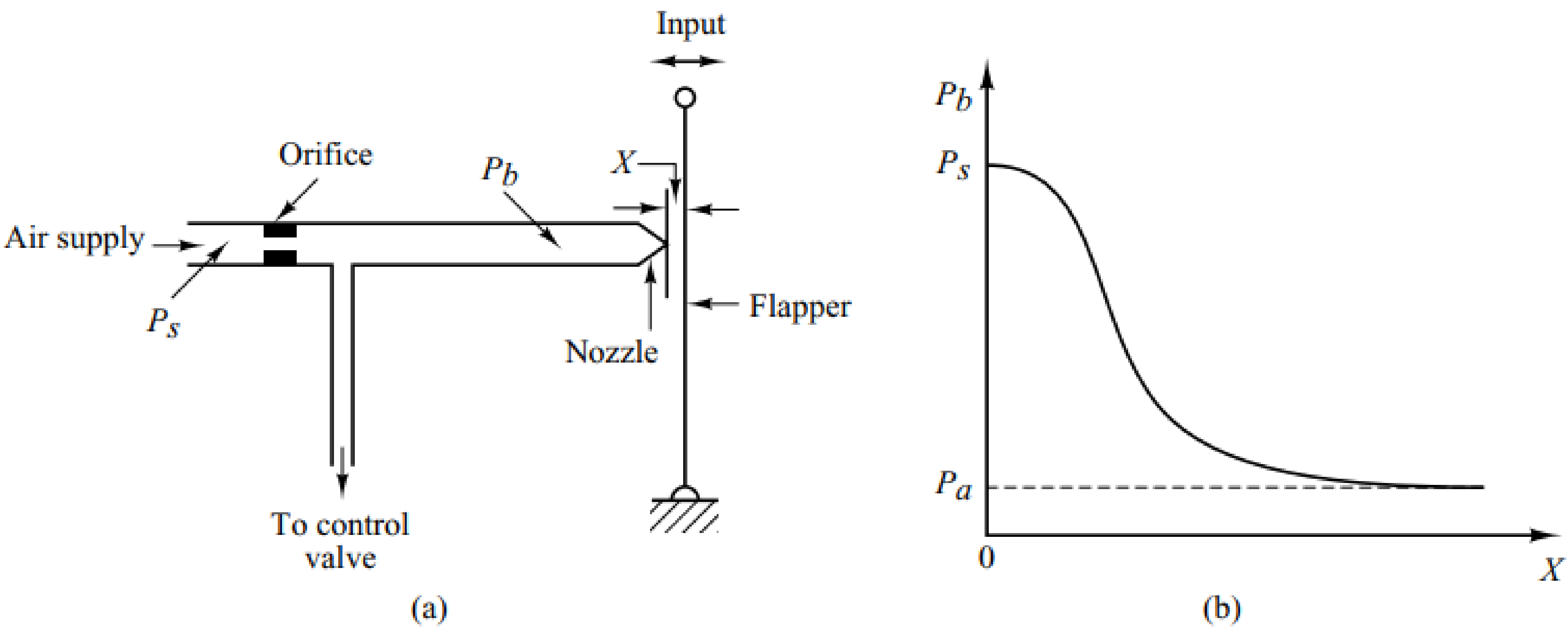
$$\Rightarrow \quad RC\frac{dp_o}{dt} + p_o = p_i$$

$$\Rightarrow \quad \frac{P_o(s)}{P_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$



مدلسازی سیستم های دینامیکی

- نمونه ای از سیستم های نیوماتیکی صنعتی
  - سیستم تنظیم فشار



مدلسازی سیستم های دینامیکی

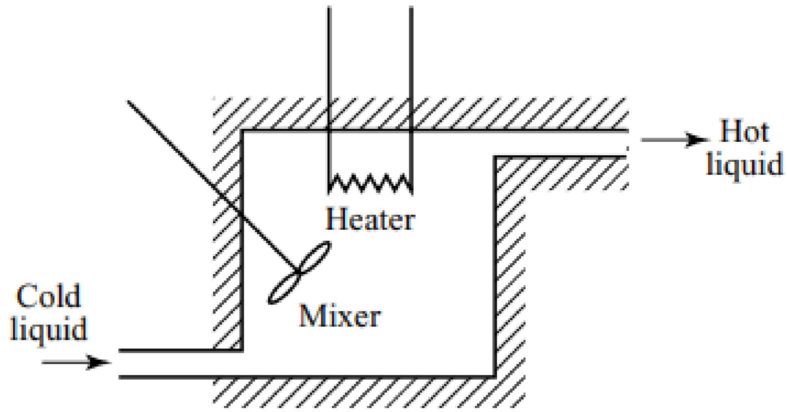
- مقایسه سیستم های هیدرولیکی و نیوماتیکی صنعتی
  - تفاوت در تراکم پذیری سیال (روغن و هوا)
  - امکان به کارگیری عملگرهای خطی و دورانی در هر دو سیستم
  - تفاوت تاثیر نشتی داخلی و خارجی در سیستم های هیدرولیکی و نیوماتیکی
  - فشار کاری پایین تر در سیستم های نیوماتیکی
  - توان بالاتر در سیستم های هیدرولیکی

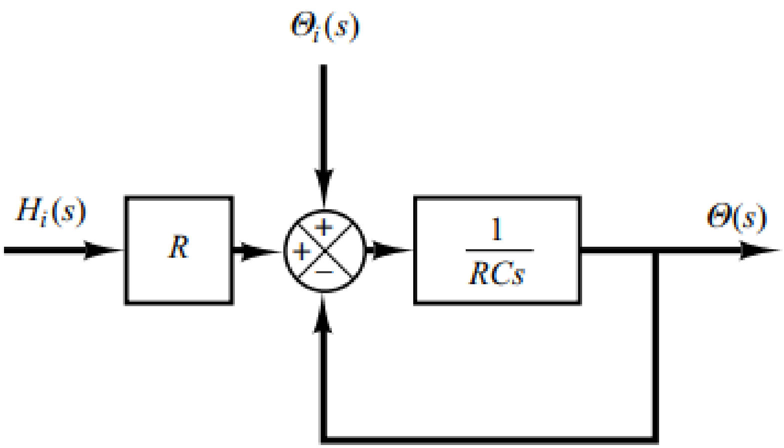
مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مقایسه سیستم های هیدرولیکی و نیوماتیکی صنعتی
  - خاصیت روانکاری و انتقال حرارت روغن در سیستم های هیدرولیکی
  - وجود رطوبت احتمالی در هوای سیستم نیوماتیکی
  - دقت ضعیف سیستم های نیوماتیکی در سرعت پایین
  - عدم نیاز به مسیر برگشت سیال در سیستم نیوماتیکی
  - تاثیر کمتر دما بر روی سیستم های نیوماتیکی
  - عدم وجود خطر اشتعال و انفجار در سیستم های نیوماتیکی

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- نمونه ای از سیستم های حرارتی
  - سیستم کنترل دما

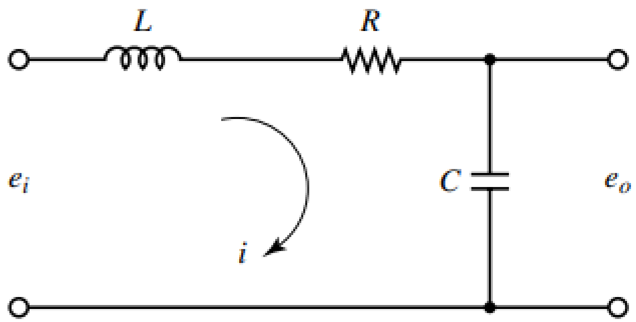




مدلسازی سیستم های دینامیکی

مدلسازی سیستم های الکتریکی

- مدارهای RLC (مقاومت، سلف و خازن)
- استفاده از قوانین KVL و KCL
- تعریف متغیرهای حالت و ورودی و خروجی



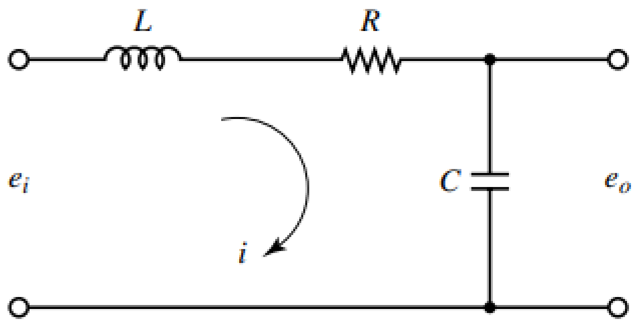
$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = e_i \longrightarrow LsI(s) + RI(s) + \frac{1}{C}\frac{1}{s}I(s) = E_i(s)$$

$$\frac{1}{C}\int i\,dt = e_o \longrightarrow \frac{1}{C}\frac{1}{s}I(s) = E_o(s)$$

$$\ddot{e}_o + \frac{R}{L}\dot{e}_o + \frac{1}{LC}e_o = \frac{1}{LC}e_i \longrightarrow \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - مدارهای RLC (مقاومت، سلف و خازن)
  - استفاده از قوانین KVL و KCL
  - تعریف متغیرهای حالت و ورودی و خروجی



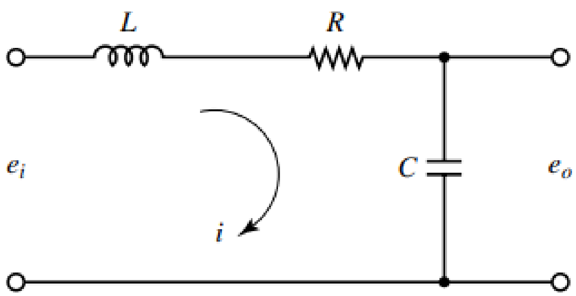
$$x_1 = e_o$$
$$x_2 = \dot{e}_o$$
$$u = e_i$$
$$y = e_o = x_1$$

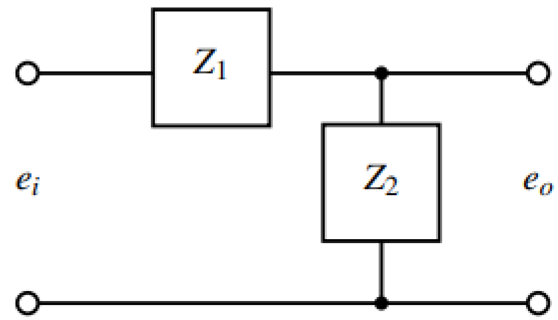
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - مفهوم امپدانس مختلط





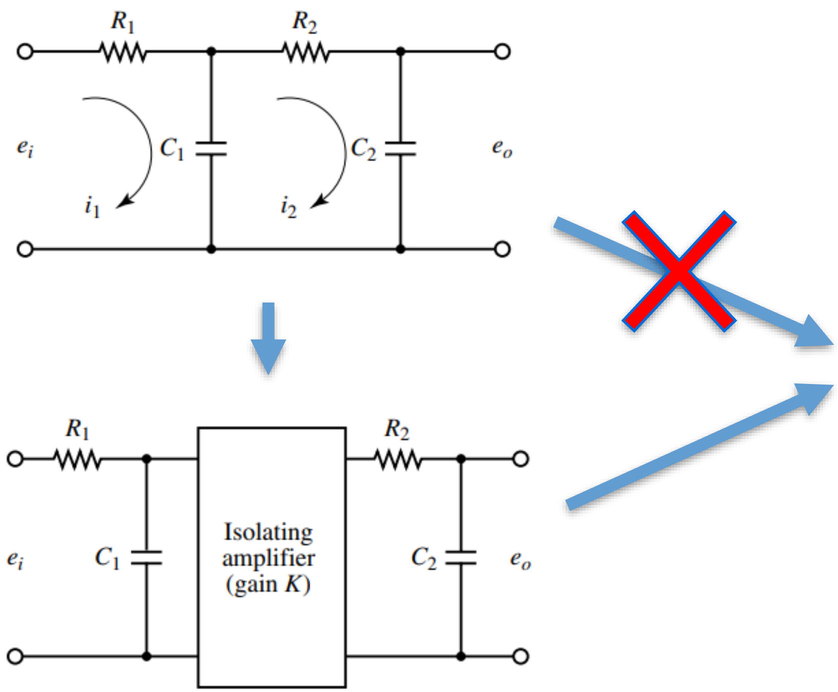
$$Z_1 = Ls + R \qquad Z_2 = \frac{1}{Cs}$$

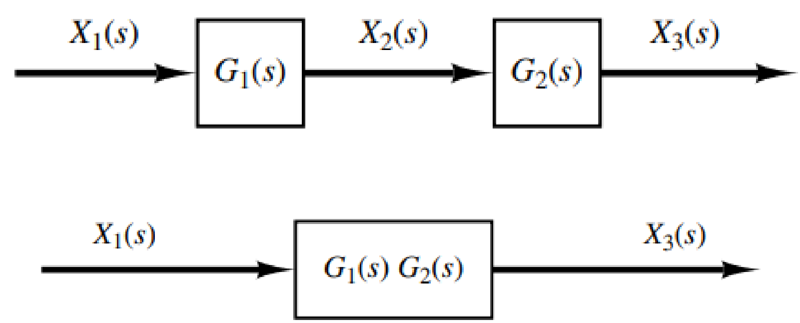
$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} \quad \rightarrow \quad \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{\dfrac{1}{Cs}}{Ls + R + \dfrac{1}{Cs}} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - تابع تبدیل با المان های حذف کننده بار

(مدار المان های ایزوله کننده)





$$G(s) = \frac{X_3(s)}{X_1(s)} = \frac{X_2(s)X_3(s)}{X_1(s)X_2(s)} = G_1(s)G_2(s)$$

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \left(\frac{1}{R_1C_1s + 1}\right)(K)\left(\frac{1}{R_2C_2s + 1}\right) = \frac{K}{(R_1C_1s + 1)(R_2C_2s + 1)}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

❑ مدلسازی سیستم های الکتریکی

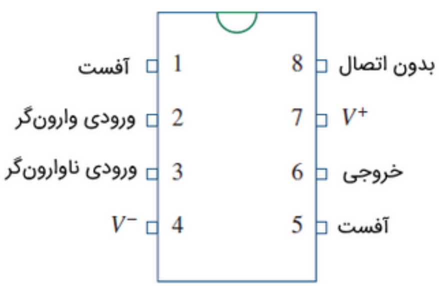
❖ تقویت کننده های عملیاتی (Operational Amplifiers)

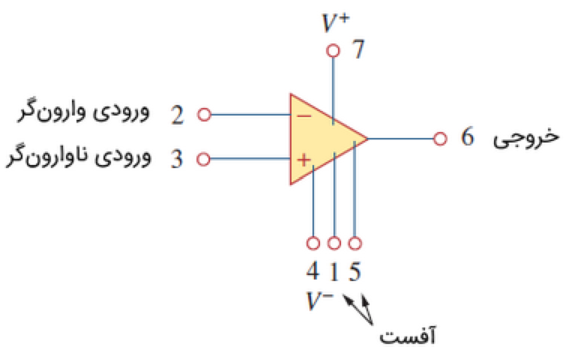
❖ ویژگی های آپ امپ ایده آل:

❖ مقاومت ورودی بی نهایت ($Zi=Ri= \infty$)

❖ مقاومت خروجی صفر ($Zo=Ro= 0$)

❖ ضریب تقویت بی نهایت ($K= -\infty$)

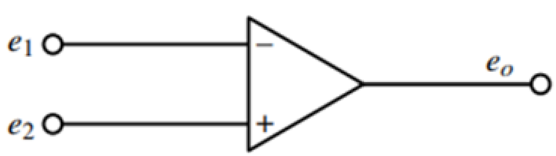




❖ اصول تحلیل آپ امپ ایده آل:

❖ دو ولتاژ ورودی با هم برابر است.

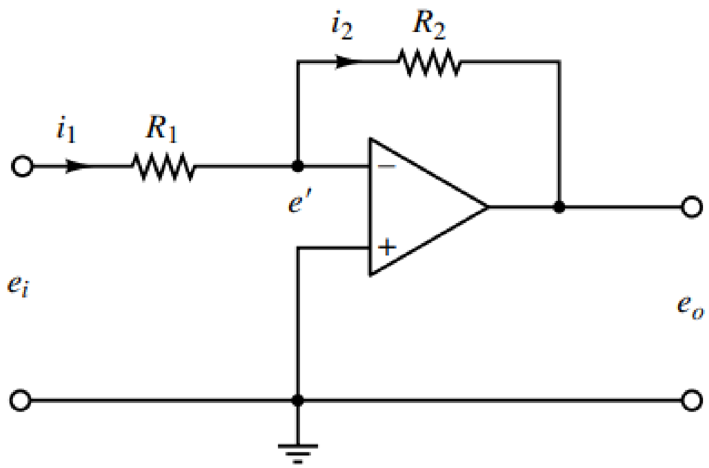
❖ جریان ورودی برابر صفر است.



$$e_o = K(e_2 - e_1) = -K(e_1 - e_2)$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - تقویت کننده معکوس کننده



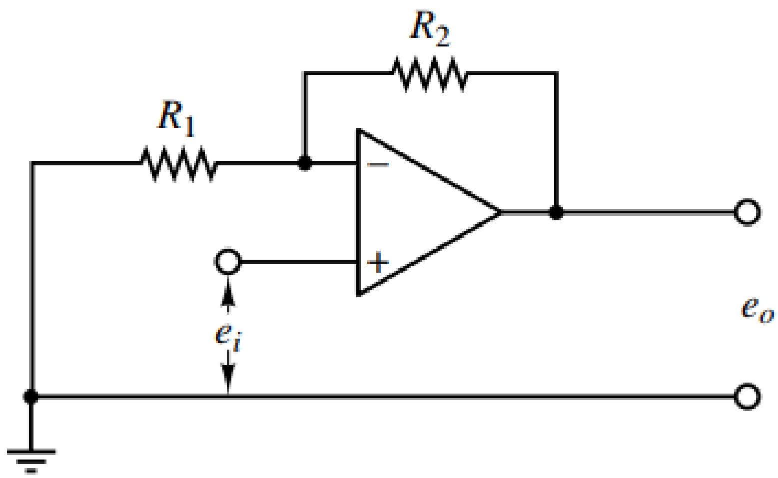
$$i_1 = \frac{e_i - e'}{R_1} \qquad i_2 = \frac{e' - e_o}{R_2} \qquad K(0 - e') = e_0$$

$$\rightarrow \frac{e_i - e'}{R_1} = \frac{e' - e_o}{R_2} \qquad \rightarrow \frac{e_i}{R_1} = \frac{-e_o}{R_2}$$

$$\rightarrow e_o = -\frac{R_2}{R_1} e_i$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

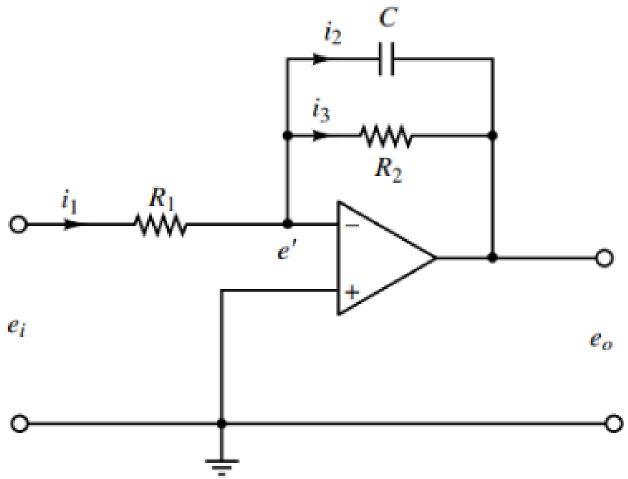
- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - تقویت کننده غیر معکوس کننده

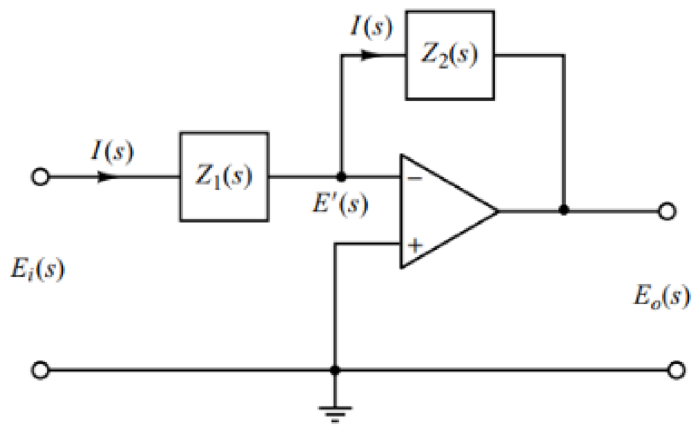


$$e_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)e_i$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - استفاده از امپدانس مختلط





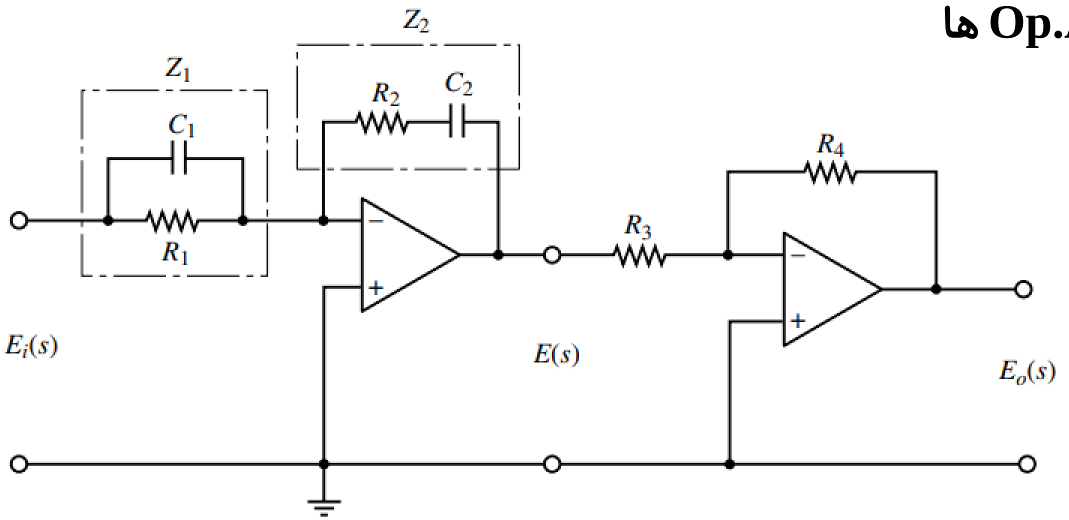
$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

$$Z_1(s) = R_1 \qquad Z_2(s) = \frac{1}{Cs + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_2Cs + 1}$$

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{R_2Cs + 1}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - کنترلر PID با استفاده از .Op.Amp ها



$$K_p = \frac{R_4(R_1C_1 + R_2C_2)}{R_3R_1C_2}$$

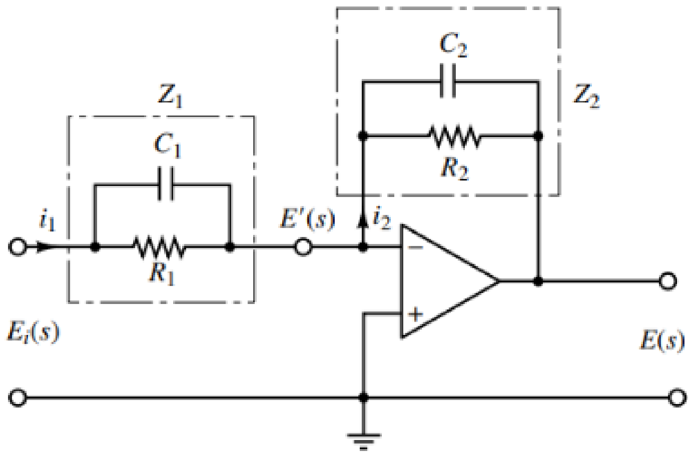
$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = K_p\left(1 + \frac{T_i}{s} + T_d s\right)$$

$$T_i = \frac{1}{R_1C_1 + R_2C_2}$$

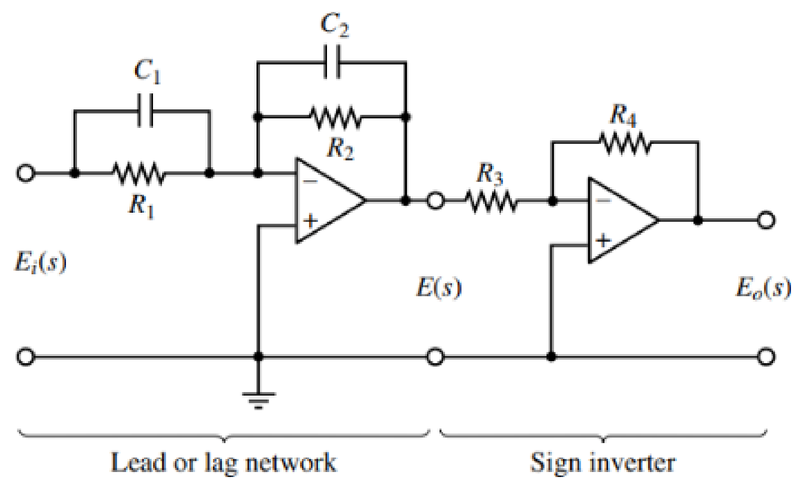
$$T_d = \frac{R_1C_1R_2C_2}{R_1C_1 + R_2C_2}$$

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - کنترلر Lead-Lag با استفاده از .Op.Amp ها



$$Z_1 = \frac{R_1}{R_1C_1s + 1} \qquad Z_2 = \frac{R_2}{R_2C_2s + 1}$$



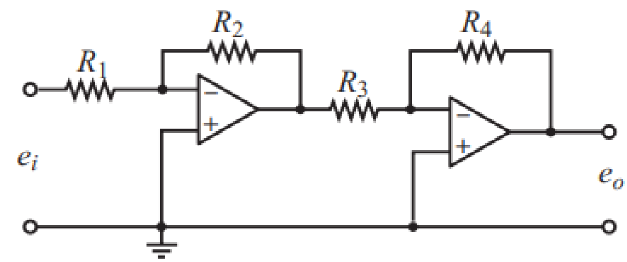
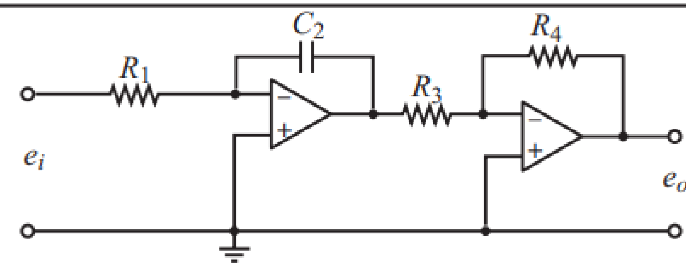
  - تغییر علامت خروجی

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2R_4}{R_1R_3}\frac{R_1C_1s + 1}{R_2C_2s + 1} = \frac{R_4C_1}{R_3C_2}\frac{s + \frac{1}{R_1C_1}}{s + \frac{1}{R_2C_2}} = K_c\alpha\frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c\frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$$

دانشگاه سمنان

مدلسازی سیستم های دینامیکی

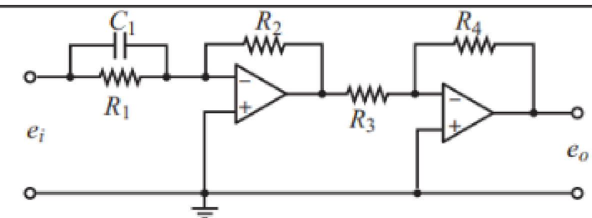
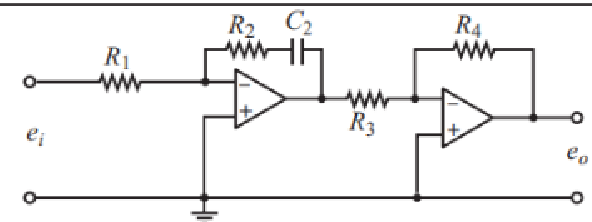
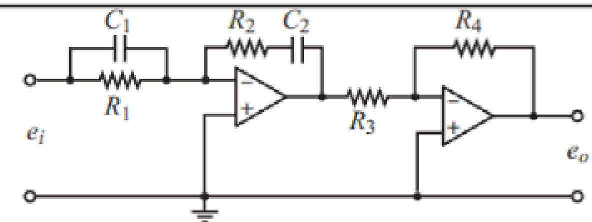
- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - مدارهای کنترلی خاص

Control Action	$G(s) = \dfrac{E_o(s)}{E_i(s)}$	Operational-Amplifier Circuits
P	$\dfrac{R_4}{R_3}\,\dfrac{R_2}{R_1}$	
I	$\dfrac{R_4}{R_3}\,\dfrac{1}{R_1 C_2 s}$	

مدلسازی سیستم های دینامیکی

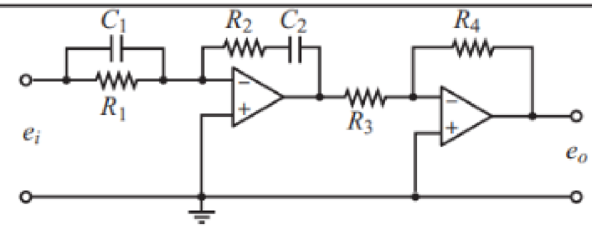
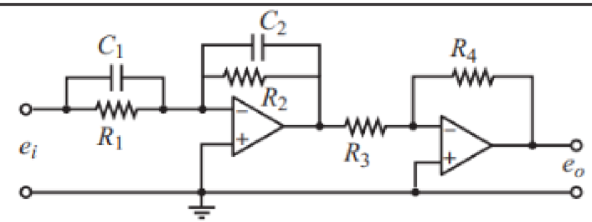
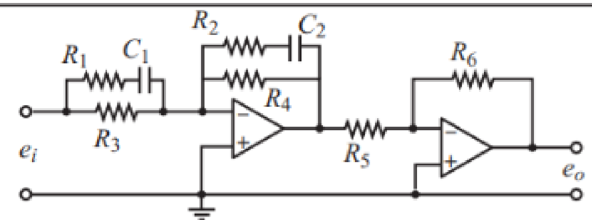
❑ مدلسازی سیستم های الکتریکی

- مدارهای کنترلی خاص

Control Action	$G(s) = \dfrac{E_o(s)}{E_i(s)}$	Operational-Amplifier Circuits
PD	$\dfrac{R_4}{R_3}\dfrac{R_2}{R_1}(R_1C_1s+1)$	
PI	$\dfrac{R_4}{R_3}\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{R_2C_2s+1}{R_2C_2s}$	
PID	$\dfrac{R_4}{R_3}\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}{R_2C_2s}$	

مدلسازی سیستم های دینامیکی

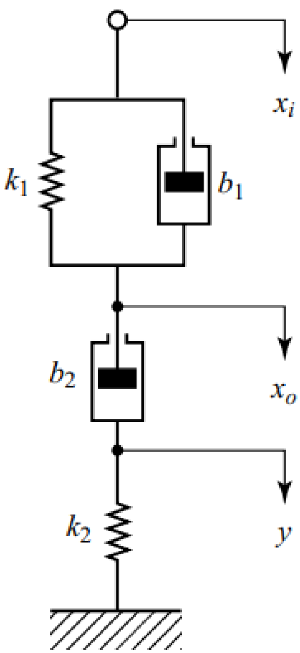
- مدلسازی سیستم های الکتریکی
  - مدارهای کنترلی خاص

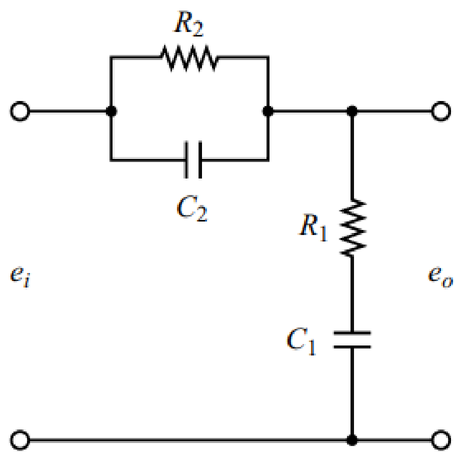
Control Action	$G(s) = \dfrac{E_o(s)}{E_i(s)}$	Operational-Amplifier Circuits
PID	$\dfrac{R_4}{R_3}\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}{R_2C_2s}$	
Lead or lag	$\dfrac{R_4}{R_3}\dfrac{R_2}{R_1}\dfrac{R_1C_1s+1}{R_2C_2s+1}$	
Lag–lead	$\dfrac{R_6}{R_5}\dfrac{R_4}{R_3}\dfrac{[(R_1+R_3)C_1s+1](R_2C_2s+1)}{(R_1C_1s+1)[(R_2+R_4)C_2s+1]}$	

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- معادل سازی سیستم های دینامیکی
  - برای مثال:

معادل سازی مدار با سیستم مکانیکی





- معادل المان های مختلف:

جریان	سرعت
ولتاژ	نیرو
بار الکتریکی	جا به جایی
سلف	جرم
خازن	فنر (با ضریب معکوس)
مقاومت	دمپر (با ضریب معکوس)

مدلسازی سیستم های دینامیکی

- روش مدلسازی باندگراف (مرجع: WikiPedia.org)

Energy Domain[2][Note 1]		$f(t)$	$e(t)$	$q(t)$	$p(t)$	R	I	C
Generalized	Name	Generalized flow	Generalized effort	Generalized displacement	Generalized momentum	Resistance	Inertance	Compliance
	Symbol	$f(t)$	$e(t)$	$q(t)$	$p(t)$	R	I	C
Linear mechanical	Name	Velocity	Force	Displacement	Linear momentum	Damping constant	Mass	Inverse of the spring constant
	Symbol	$v(t)$	$F(t)$	$x(t)$	$p(t)$	b	m	$\frac{1}{k}$
	Units	m/s	N	m	$N\cdot s$	$N\cdot s/m$	kg	m/N
Angular mechanical	Name	Angular velocity	Torque	Angular displacement	Angular momentum	Angular damping	Mass moment of inertia	Inverse of the angular spring constant
	Symbol	$\omega(t)$	$T(t)$	$\theta(t)$	$p_\tau(t)$	B	J	$\frac{1}{k_\tau}$
	Units	rad/s	$N\cdot m$	rad	$N\cdot m\cdot s$	$rad/(N\cdot m\cdot s)$	$kg\cdot m^2$	$1/(N\cdot m)$
Electromagnetic	Name	Current	Voltage	Charge	Flux linkage	Resistance	Inductance	Capacitance
	Symbol	$i(t)$	$V(t)$	$q(t)$	$\lambda(t)$	R	L	C
	Units	A	V	C	$V\cdot s$	Ω	H	F
Hydraulic/ pneumatic	Name	Volume flow rate	Pressure	Volume	Fluid momentum	Fluid resistance	Fluid inductance	Storage
	Symbol	$\varphi(t)$	$P(t)$	$V(t)$	$p_f(t)$	R_f	I_f	C_f
	Units	m^3/s	Pa	m^3	$Pa\cdot s$	$Pa\cdot s/m^3$	$Pa\cdot s^2/m^3$	m^3/Pa

نمایش سیستم های دینامیکی

- معادلات فضای حالت
  - معادلات فضای حالت

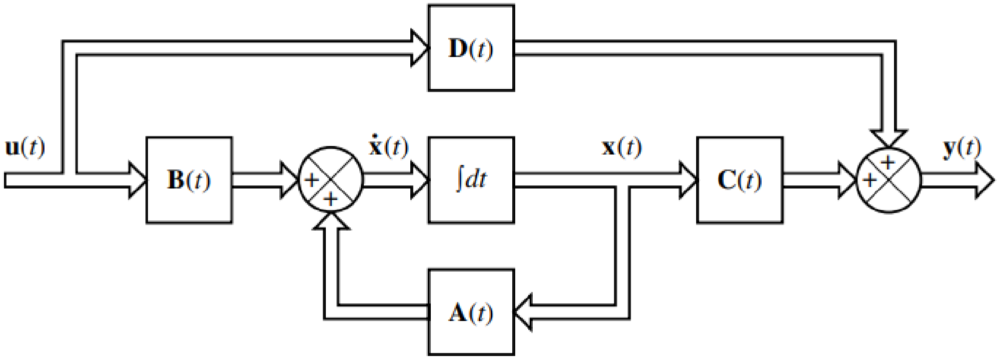
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

  - معادلات حالت ماتریسی تابع زمان

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t)$$



  - سیستم LTI (خطی با ضرایب ثابت)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

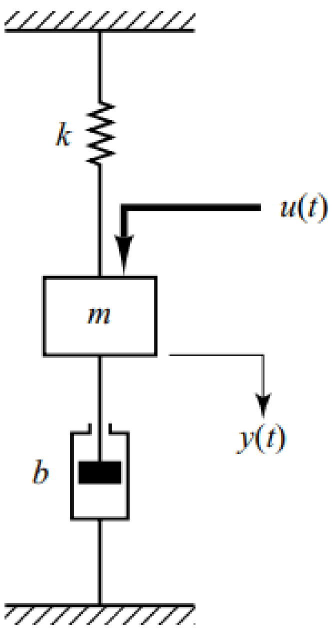
$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

نمایش سیستم های دینامیکی

❑ معادلات فضای حالت

❖ به دست آوردن معادلات دینامیکی سیستم

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u$$



$$x_1(t) = y(t)$$
$$x_2(t) = \dot{y}(t)$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}(-ky - b\dot{y}) + \frac{1}{m}u$$

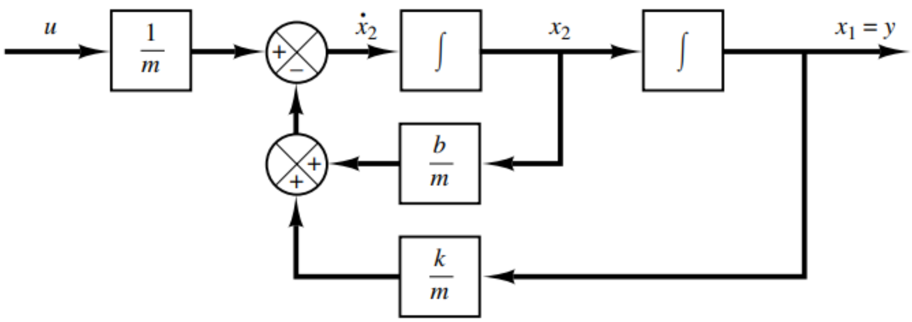
$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{1}{m}u$$
$$y = x_1$$

نمایش سیستم های دینامیکی

❑ نمایش ماتریسی سیستم دینامیکی

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



✓ ماتریس حالت، ورودی و خروجی

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$
$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} + Du$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{b}{m} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- نمایش سیستم به صورت تابع تبدیل
  - رابطه ماتریس های حالت و تابع تبدیل

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \qquad y = \mathbf{C}\mathbf{x} + Du \quad \rightarrow \quad s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}U(s) \qquad Y(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) + DU(s) \quad \rightarrow \quad \frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)$$

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{A}\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}U(s)$$

$$\rightarrow (s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}U(s)$$

$$\rightarrow \mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}U(s)$$

$$\rightarrow Y(s) = [\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D]U(s)$$

$$\rightarrow G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D$$

دانشگاه سمنان

نمایش سیستم های دینامیکی

- نمایش سیستم به صورت تابع تبدیل
  - رابطه ماتریس های حالت و تابع تبدیل

$$\rightarrow G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D$$

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D = [1 \quad 0]\left\{\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix}\right\}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} + 0 = [1 \quad 0]\begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k}{m} & s + \frac{b}{m} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$

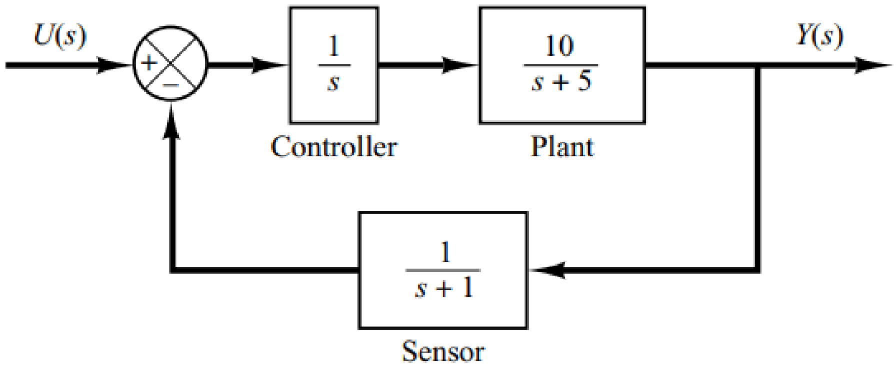
- معکوس ماتریس ۲×۲

$$\begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k}{m} & s + \frac{b}{m} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}}\begin{bmatrix} s + \frac{b}{m} & 1 \\ -\frac{k}{m} & s \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow G(s) = [1 \quad 0]\frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}}\begin{bmatrix} s + \frac{b}{m} & 1 \\ -\frac{k}{m} & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- رابطه تابع تبدیل و ماتریس حالت
  - ✓ تعیین متغیرهای حالت
  - ✓ نوشتن روابط
  - ✓ جدا کردن مشتق متغیرهای حالت
  - ✓ تعیین ماتریس های حالت



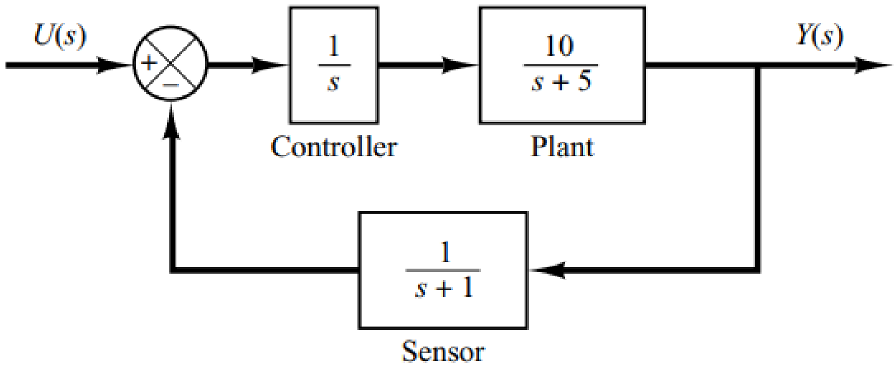
$$\frac{X_1(s)}{X_2(s)} = \frac{10}{s+5}$$
$$\frac{X_2(s)}{U(s) - X_3(s)} = \frac{1}{s}$$
$$\frac{X_3(s)}{X_1(s)} = \frac{1}{s+1}$$
$$Y(s) = X_1(s)$$

→

$$sX_1(s) = -5X_1(s) + 10X_2(s)$$
$$sX_2(s) = -X_3(s) + U(s)$$
$$sX_3(s) = X_1(s) - X_3(s)$$
$$Y(s) = X_1(s)$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- رابطه تابع تبدیل و ماتریس حالت
  - ✓ تعیین متغیرهای حالت
  - ✓ نوشتن روابط
  - ✓ جدا کردن مشتق متغیرهای حالت
  - ✓ تعیین ماتریس های حالت



$$\dot{x}_1 = -5x_1 + 10x_2$$
$$\dot{x}_2 = -x_3 + u$$
$$\dot{x}_3 = x_1 - x_3$$
$$y = x_1$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

دانشگاه سمنان

نمایش سیستم های دینامیکی

- رابطه تابع تبدیل و ماتریس حالت

$$\rightarrow \quad G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0], \qquad D = 0$$

$$\rightarrow \quad G(s) = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} s+1 & -1 & 0 \\ 0 & s+1 & -1 \\ 0 & 0 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{1}{(s+1)^2} & \frac{1}{(s+1)^2(s+2)} \\ 0 & \frac{1}{s+1} & \frac{1}{(s+1)(s+2)} \\ 0 & 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{(s+1)^2(s+2)} = \frac{1}{s^3 + 4s^2 + 5s + 2}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- پیاده سازی ارتباط تابع تبدیل و ماتریس حالت در نرم افزار MatLab

MATLAB Program 2–2

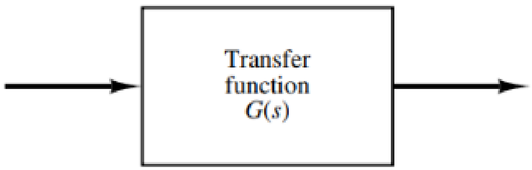
```
num = [1     0];
den = [1   14   56   160];
[A,B,C,D] = tf2ss(num,den)

A =

   -14   -56  -160
     1     0     0
     0     1     0

B =

     1
     0
     0

C =

     0     1     0

D =

     0
```

MATLAB Program 2–3

```
A = [0   1   0;   0   0   1;   -5   -25   -5];
B = [0; 25; -120];
C = [1   0    0];
D = [0];
[num,den] = ss2tf(A,B,C,D)

num =

   0   0.0000   25.0000  5.0000

den

   1.0000   5.0000   25.0000  5.0000

% ***** The same result can be obtained by entering the following command: *****

[num,den] = ss2tf(A,B,C,D,1)

num =

   0   0.0000   25.0000  5.0000

den =

   1.0000   5.0000   25.0000  5.0000
```

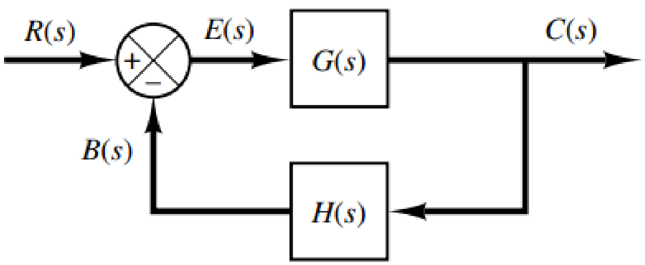
نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - نمایش بخش های مختلف سیستم و سیگنال ها روی دیاگرام



✓ تابع تبدیل مدار باز

$$\text{Open-loop transfer function} = \frac{B(s)}{E(s)} = G(s)H(s)$$



✓ تابع تبدیل مسیر مستقیم

$$\text{Feedforward transfer function} = \frac{C(s)}{E(s)} = G(s)$$

✓ تابع تبدیل مدار بسته

$$C(s) = G(s)E(s)$$

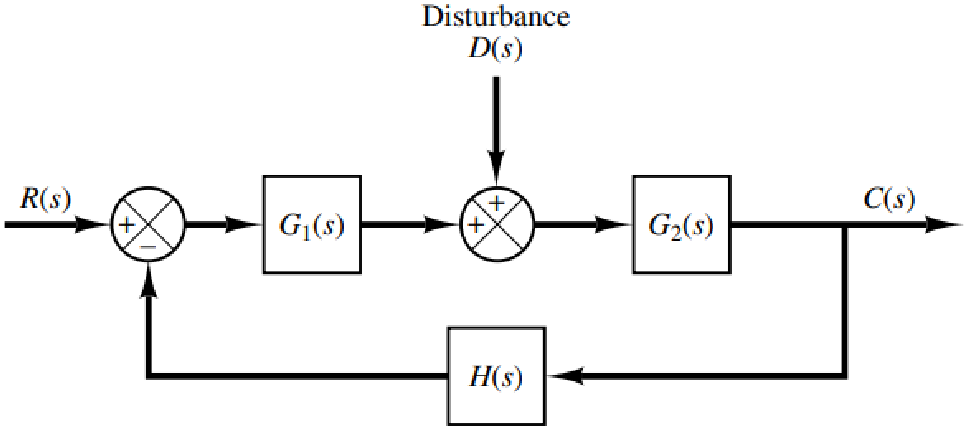
$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

$$\rightarrow \quad C(s) = G(s)[R(s) - H(s)C(s)]$$

$$\rightarrow \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - تابع تبدیل سیستم با در نظر گرفتن اغتشاشات



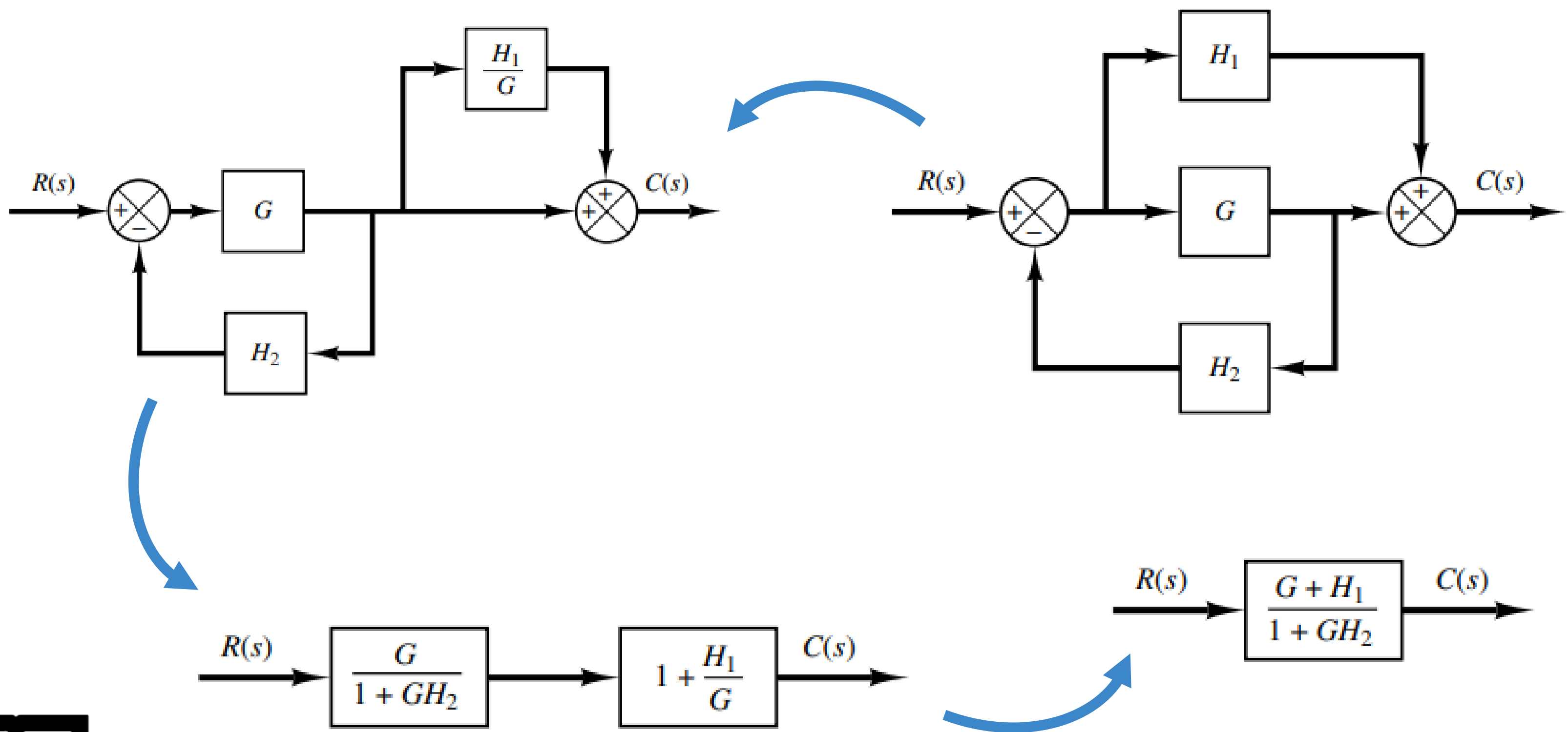
$$\frac{C_D(s)}{D(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

$$\rightarrow \quad C(s) = C_R(s) + C_D(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}[G_1(s)R(s) + D(s)]$$

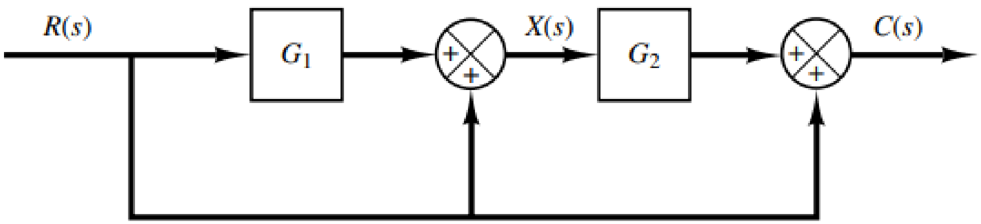
نمایش سیستم های دینامیکی

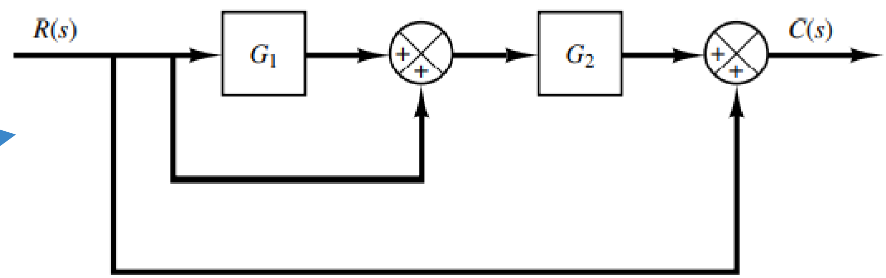
- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن دیاگرام

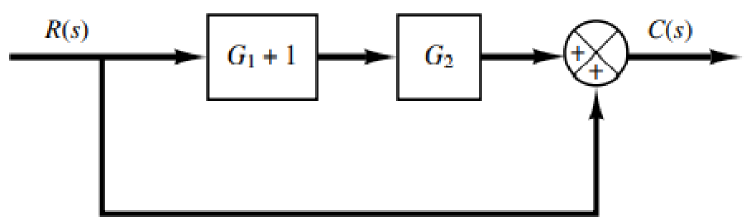


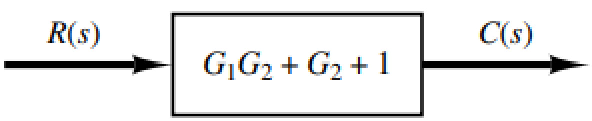
نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن دیاگرام



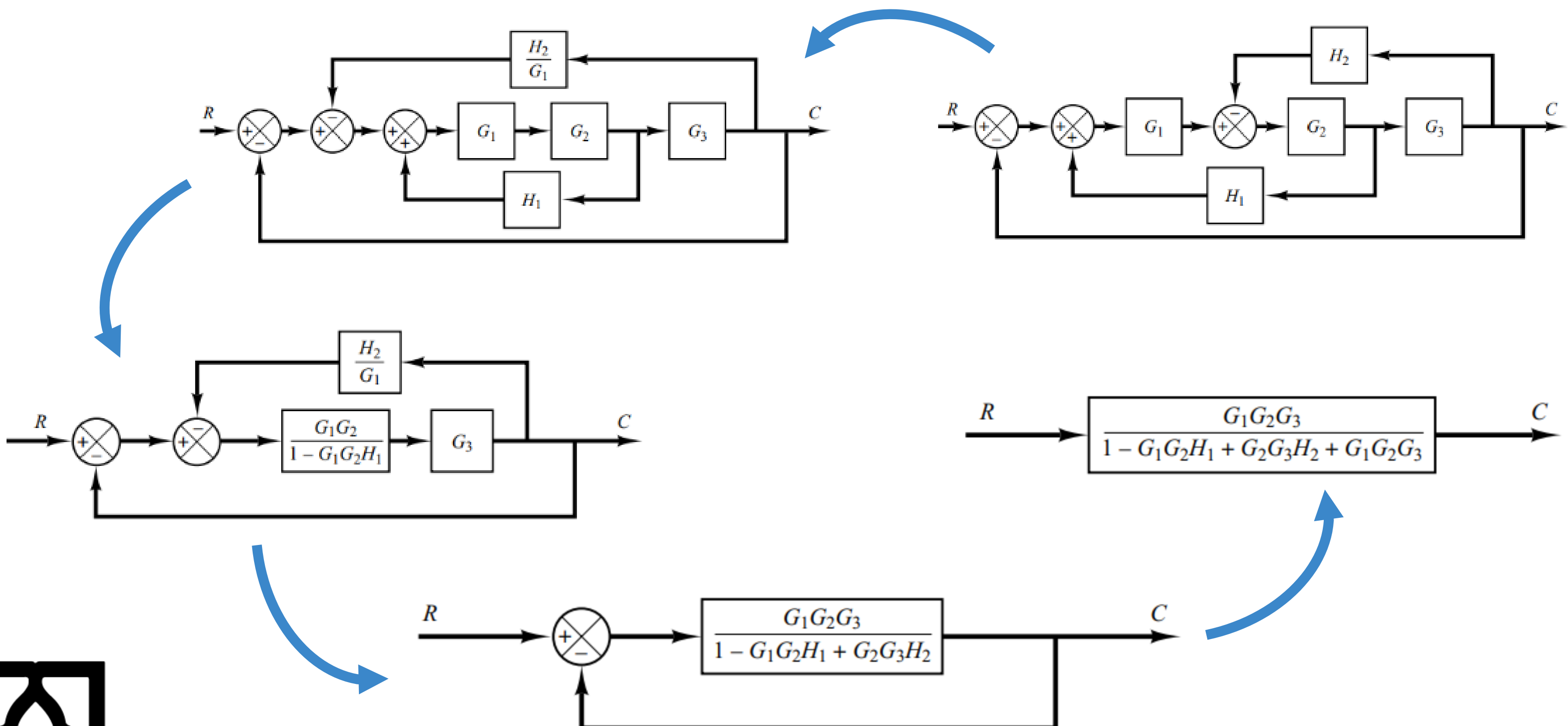






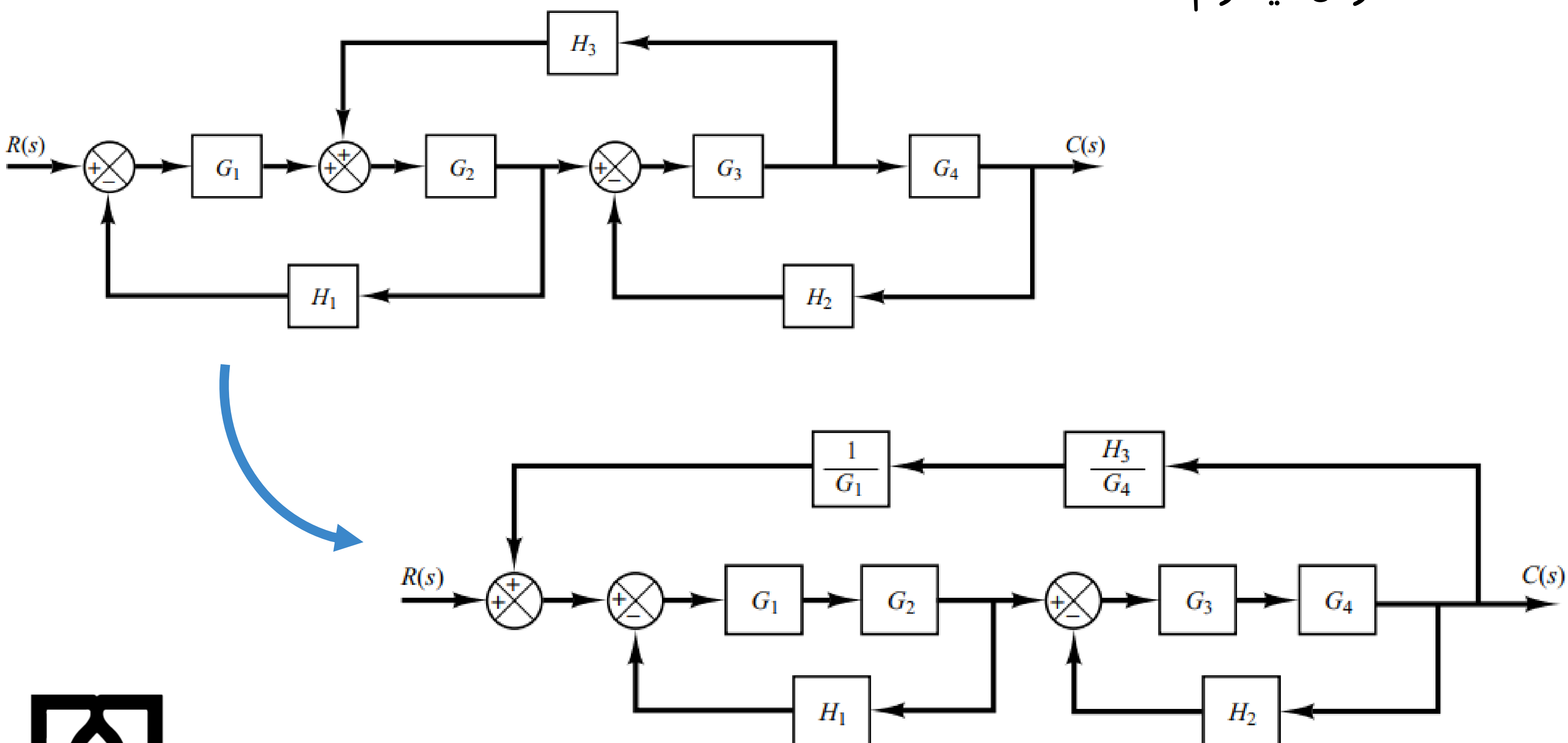
نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن دیاگرام



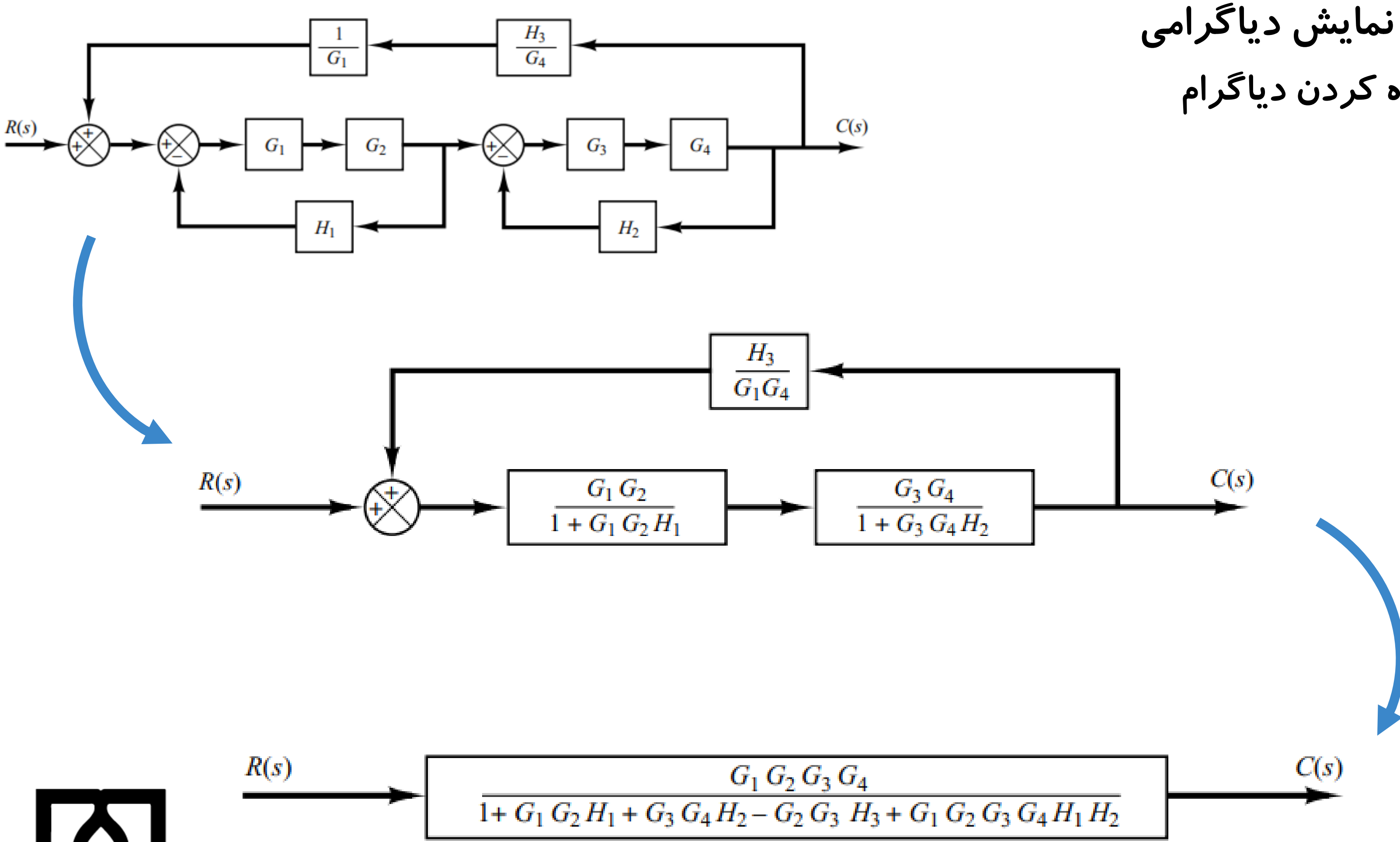
نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن دیاگرام



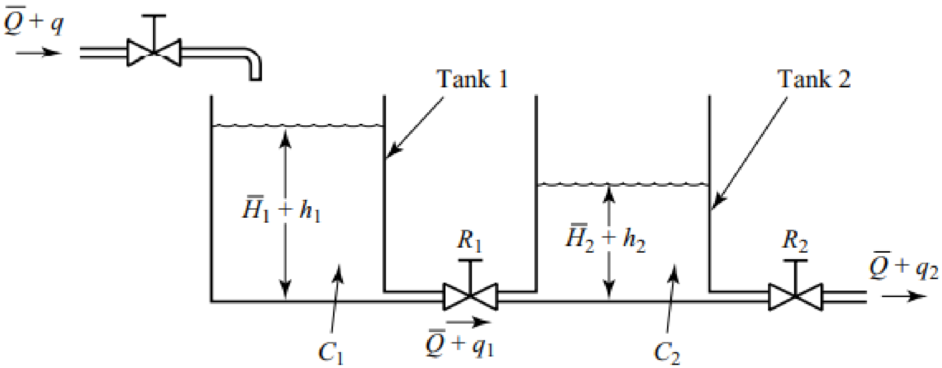
نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن دیاگرام

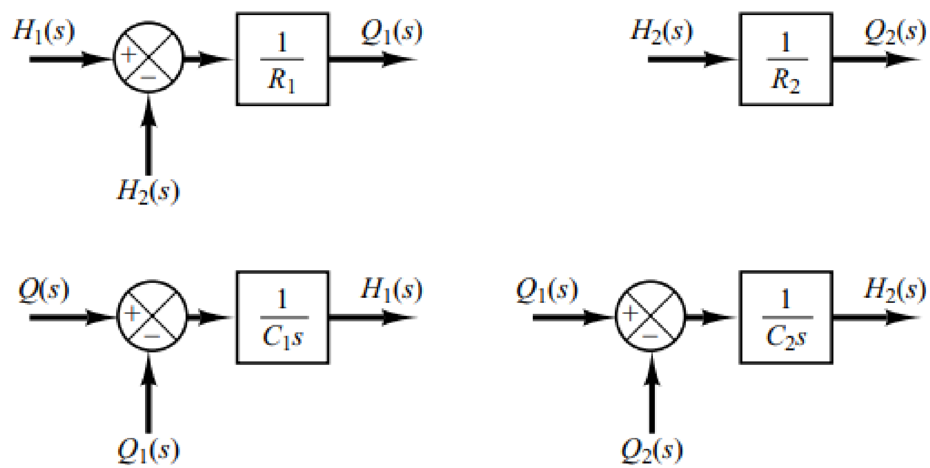


نمایش سیستم های دینامیکی

- مثال
  - مدلسازی سیستم هیدرولیکی سطح سیال

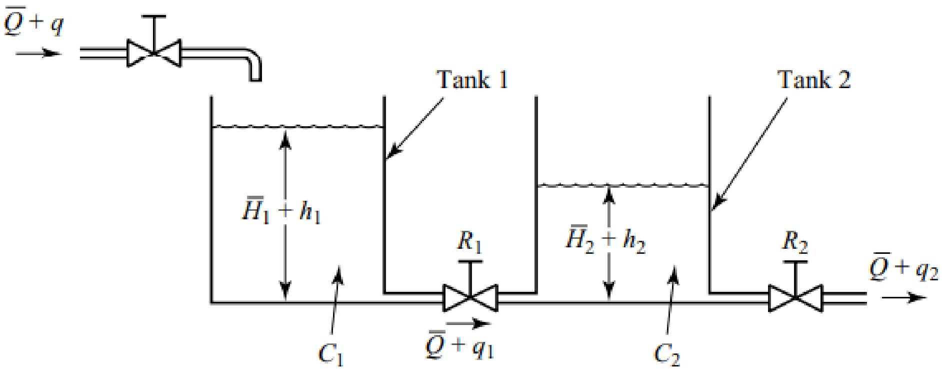


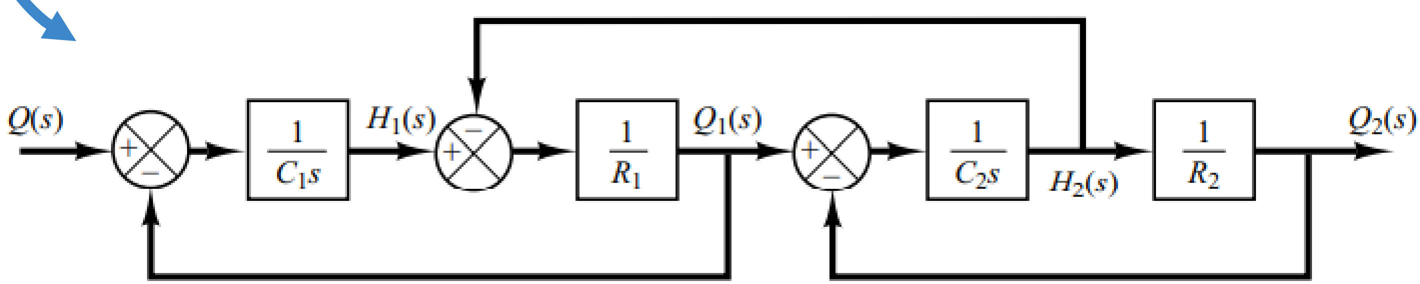
$\bar{Q}$: Steady-state flow rate
$\bar{H}_1$: Steady-state liquid level of tank 1
$\bar{H}_2$: Steady-state liquid level of tank 2



نمایش سیستم های دینامیکی

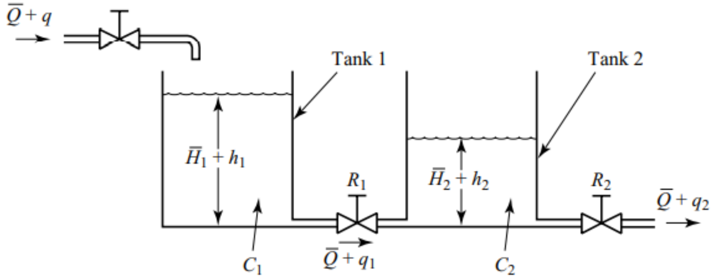
- ❑ **مثال**
  - ❖ **مدلسازی سیستم هیدرولیکی سطح سیال**

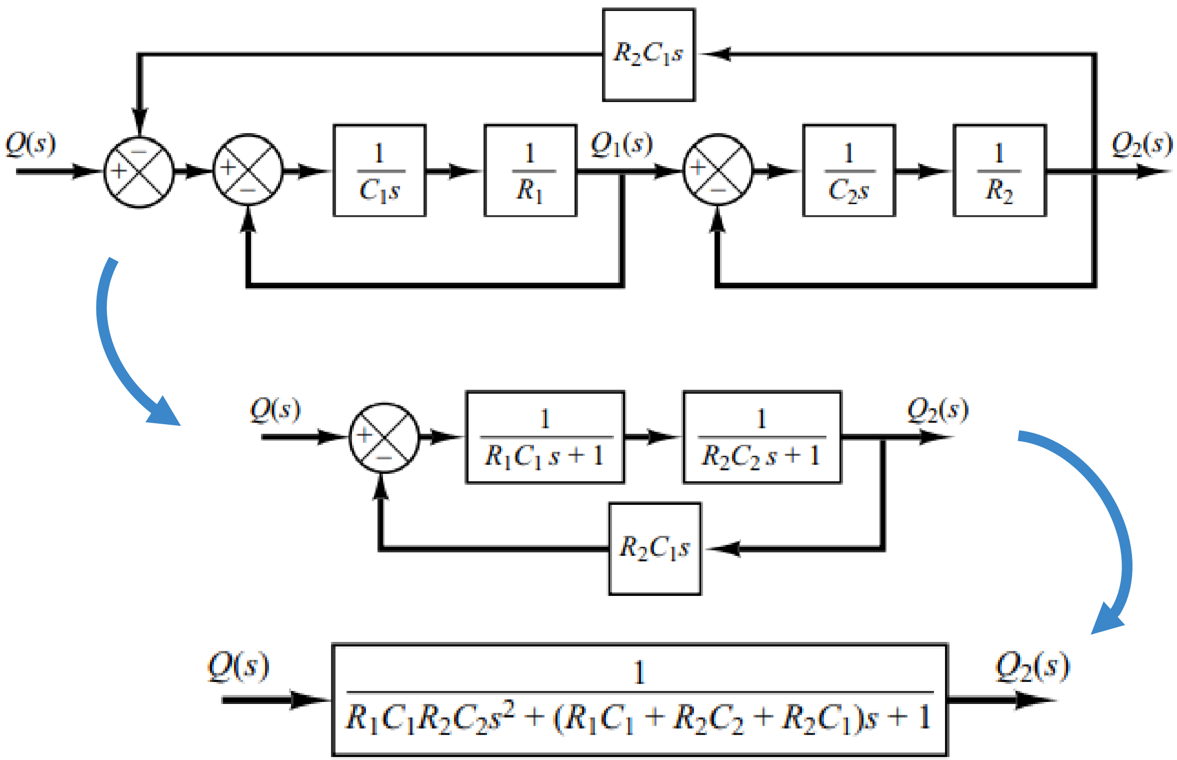




نمایش سیستم های دینامیکی

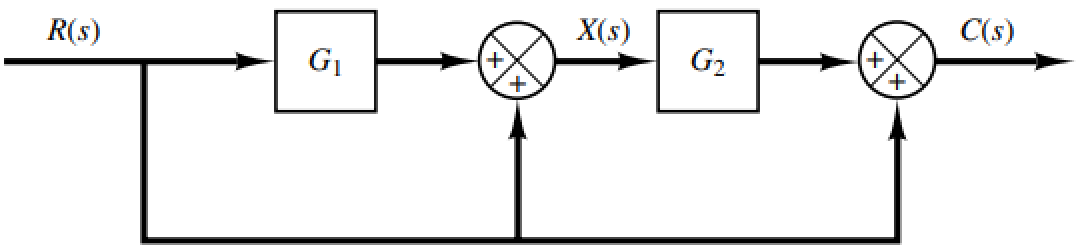
- ❑ مثال
  - ❖ مدلسازی سیستم هیدرولیکی سطح سیال





نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن روابط



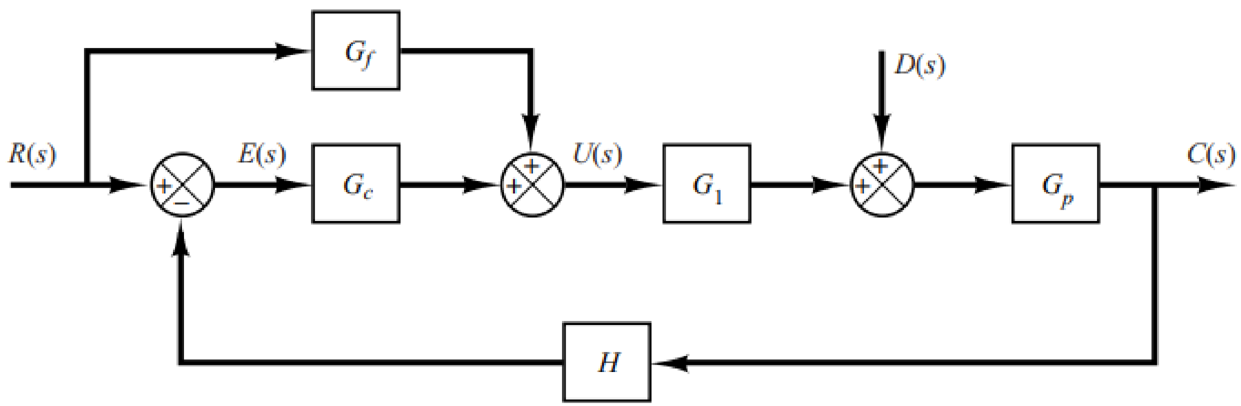
$$X(s) = G_1R(s) + R(s)$$

$$C(s) = G_2X(s) + R(s) = G_2[G_1R(s) + R(s)] + R(s)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1G_2 + G_2 + 1$$

نمایش سیستم های دینامیکی

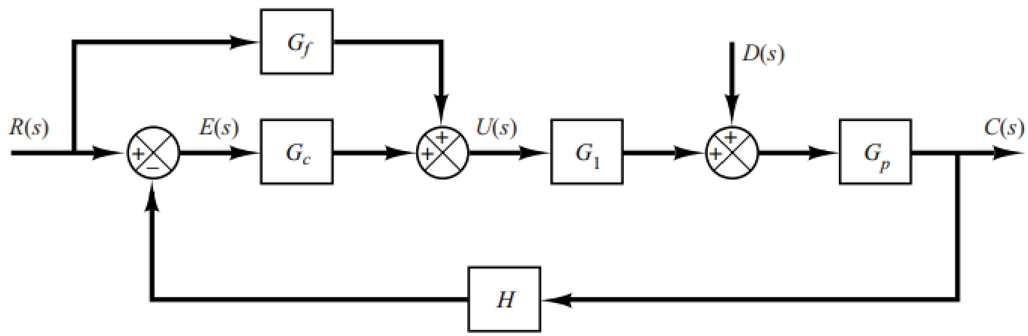
- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن روابط



$$U(s) = G_f R(s) + G_c E(s)$$
$$C(s) = G_p[D(s) + G_1 U(s)]$$
$$E(s) = R(s) - HC(s)$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - ساده کردن روابط



$$C(s) = G_p D(s) + G_1 G_p [G_f R(s) + G_c E(s)]$$

$$\rightarrow \quad C(s) = G_p D(s) + G_1 G_p \{G_f R(s) + G_c [R(s) - HC(s)]\}$$

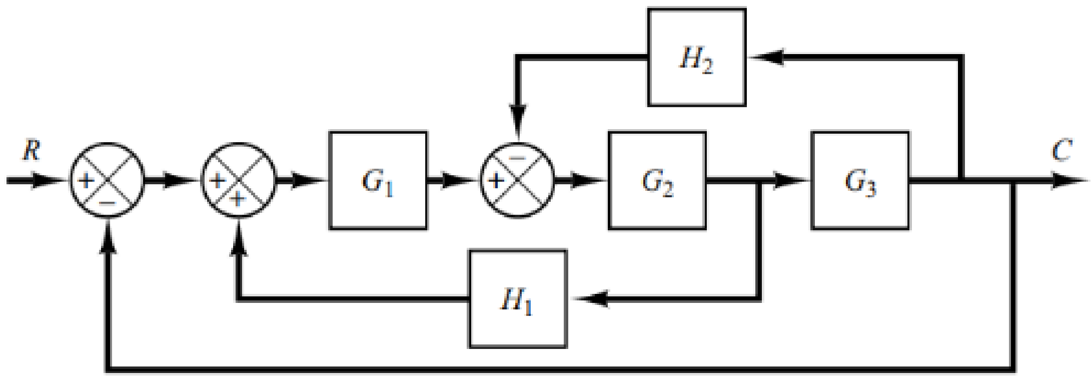
$$\rightarrow \quad C(s) + G_1 G_p G_c HC(s) = G_p D(s) + G_1 G_p (G_f + G_c) R(s)$$

$$\rightarrow \quad C(s) = \frac{G_p D(s) + G_1 G_p (G_f + G_c) R(s)}{1 + G_1 G_p G_c H}$$

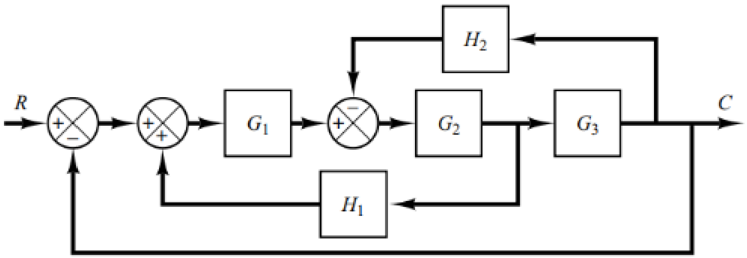
$$\rightarrow \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_p (G_f + G_c)}{1 + G_1 G_p G_c H} \qquad \frac{C(s)}{D(s)} = \frac{G_p}{1 + G_1 G_p G_c H}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)
    - تعریف ها:
      - مسیر (Path): زنجیره ای از المان های دیاگرام
      - مسیر مستقیم (Forward Path): مسیری بین ورودی تا خروجی
      - حلقه (Loop): مسیر بسته در دیاگرام
      - ضریب مسیر (Path Gain): حاصل ضرب المان های یک مسیر
      - ضریب حلقه (Loop Gain): حاصل ضرب المان های یک حلقه



نمایش سیستم های دینامیکی



- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)
    - ✓ محاسبه دترمینان دیاگرام، مسیرها و حلقه ها

(با حذف حلقه های مشترک با مسیر یا حلقه)

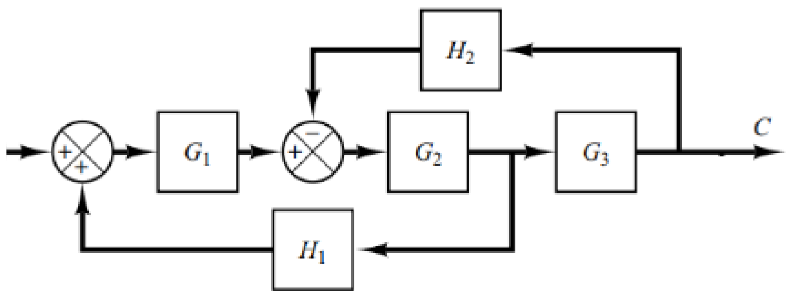
$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - \sum L_i L_j L_k + \cdots + (-1)^m \sum \cdots + \cdots$$

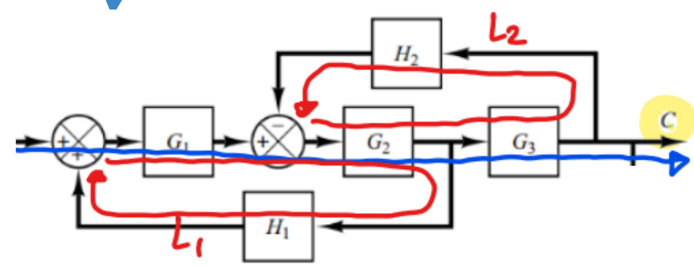
- ✓ محاسبه تابع تبدیل
  - G_k : تابع تبدیل مسیرهای مستقیم
  - Δ_k : تابع تبدیل حلقه های کاملا مستقل از مسیرهای مستقیم

$$\rightarrow \quad G = \frac{y_{\text{out}}}{y_{\text{in}}} = \frac{\sum_{k=1}^{N} G_k \Delta_k}{\Delta}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)





$$P = G_1G_2G_3$$

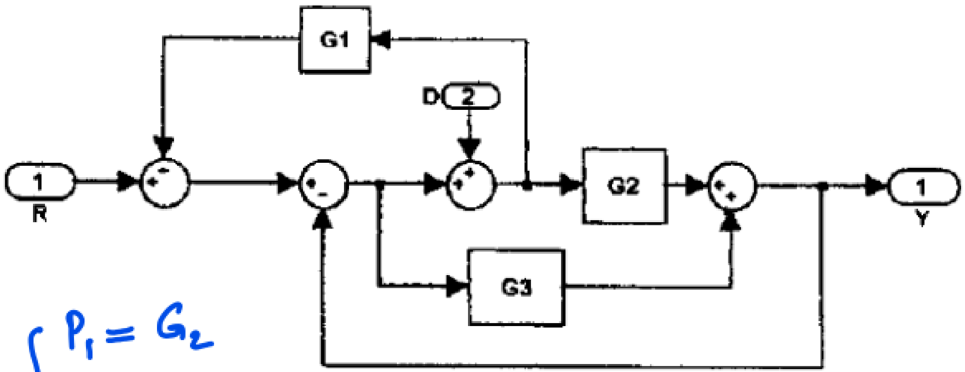
$$\begin{cases} L_1 = G_1G_2H_1 \\ L_2 = -G_2G_3H_2 \end{cases}$$

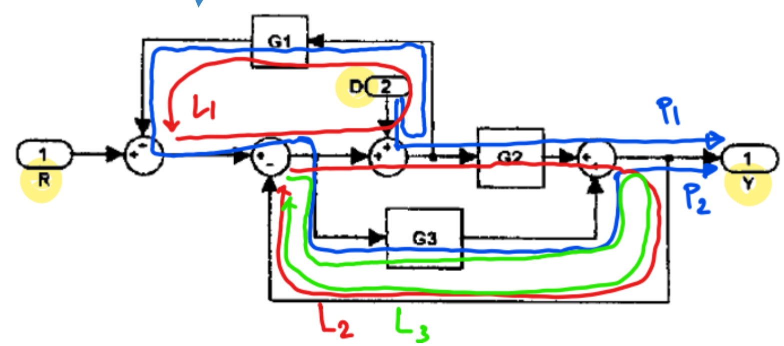
$$\rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 \\ \Delta_1 = 1 \end{cases} \rightarrow G = \frac{G_1G_2G_3}{1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2}$$

دانشگاه سمنان

نمایش سیستم های دینامیکی

- ❑ روش نمایش دیاگرامی
  - ❖ روش میسون (Mason)



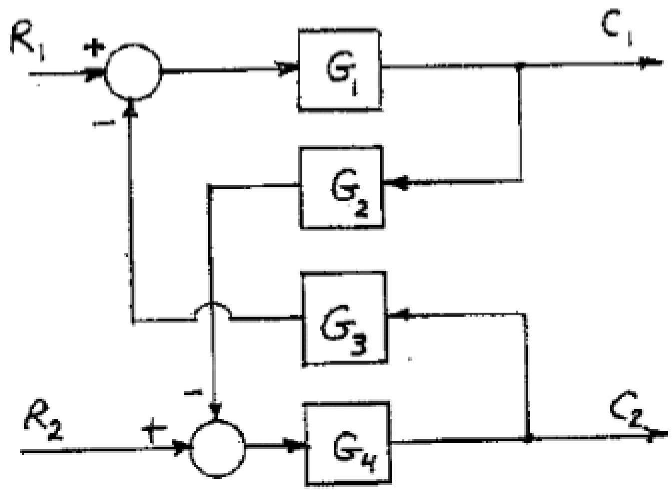


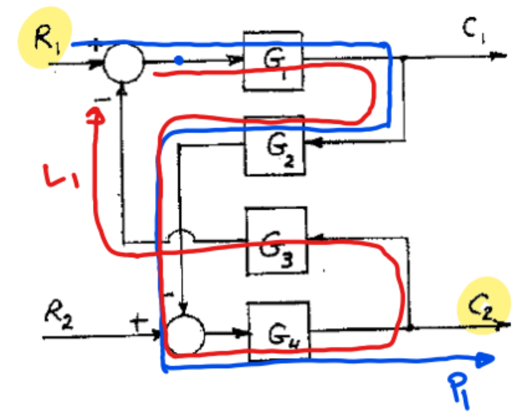
$$\begin{cases} P_1 = G_2 \\ P_2 = -G_1G_3 \\ L_1 = -G_1 \\ L_2 = -G_2 \\ L_3 = -G_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - \sum L_i + 0 = 1 + G_1 + G_2 + G_3 \\ \Delta_1 = 1 \\ \Delta_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow G = \frac{G_2 - G_1G_3}{1 + G_1 + G_2 + G_3}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)





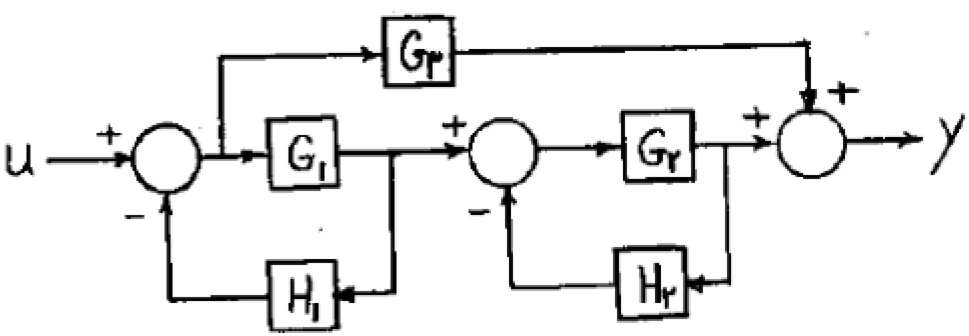
$$\begin{cases} P_1 = -G_1G_2G_4 \\ L_1 = +G_1G_2G_3G_4 \end{cases}$$

$$\Delta = 1 - G_1G_2G_3G_4 \quad , \quad \Delta_1 = 1$$

$$G = \frac{-G_1G_2G_4}{1 - G_1G_2G_3G_4}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)



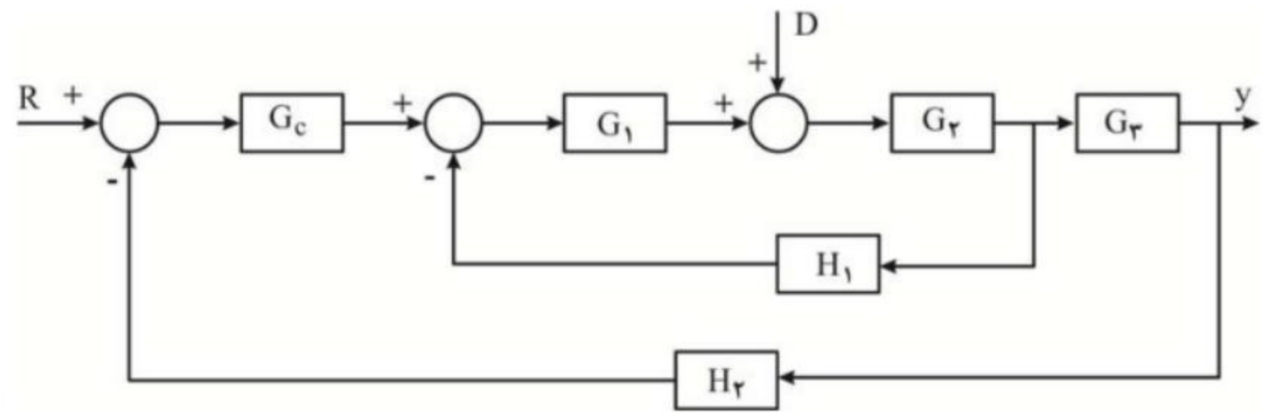
$$\begin{cases} P_1 = G_1G_2 \\ P_2 = G_3 \\ L_1 = -G_1H_1 \\ L_2 = -G_2H_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + G_1H_1 + G_2H_2 + G_1H_1G_2H_2 \\ \Delta_1 = 1 \\ \Delta_2 = 1 + G_2H_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow T = \frac{G_1G_2 + G_3(1+G_2H_2)}{1 + G_1H_1 + G_2H_2 + G_1G_2H_1H_2}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)

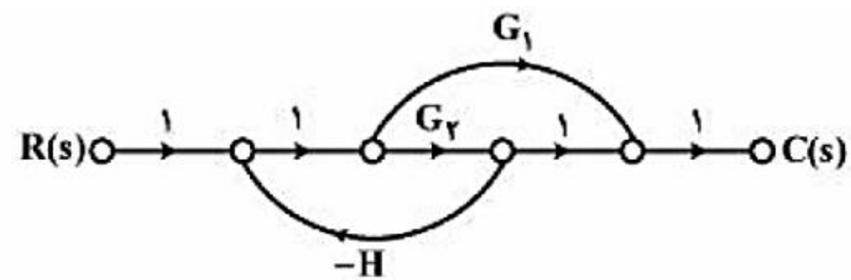


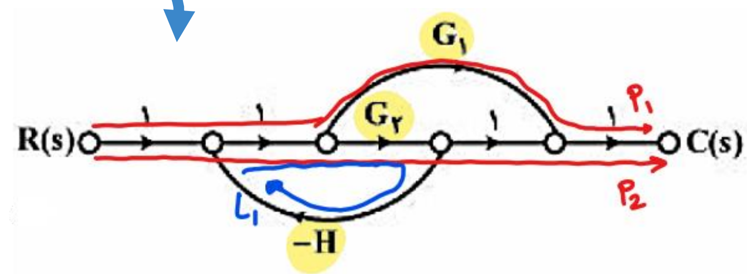
$$\begin{cases} P_1 = G_2 G_3 \\ L_1 = -G_1 G_2 H_1 \\ L_2 = -G_c G_1 G_2 G_3 H_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + G_1 G_2 H_1 + G_c G_1 G_2 G_3 H_2 \\ \Delta_1 = 1 \end{cases} \rightarrow T = \frac{G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_c G_1 G_2 G_3 H_2}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)





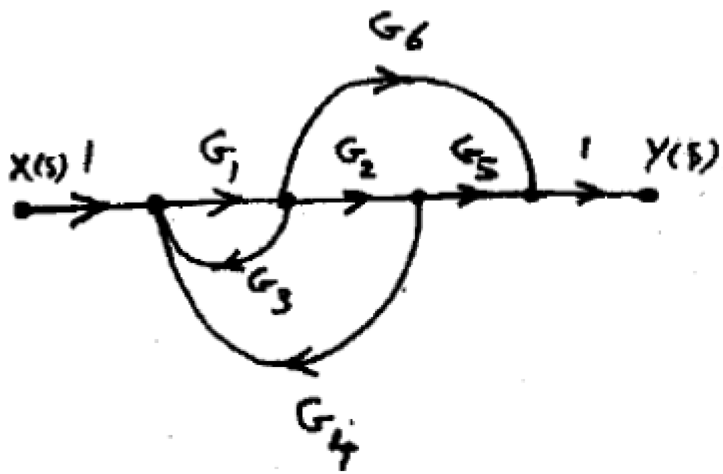
$$\begin{cases} P_1 = G_1 \\ P_2 = G_2 \\ L_1 = -G_2 H \end{cases}$$

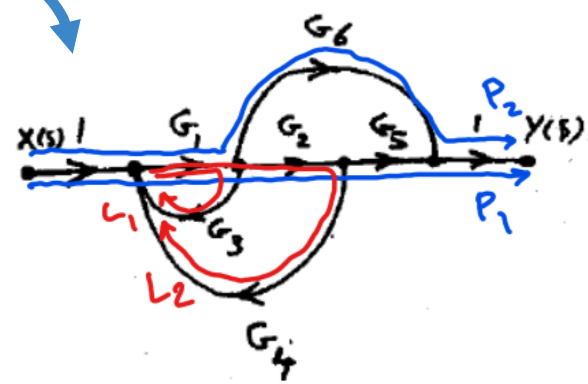
$$\rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + G_2 H \\ \Delta_1 = 1 \\ \Delta_2 = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow G = \frac{G_1 + G_2}{1 + G_2 H}$$

نمایش سیستم های دینامیکی

- روش نمایش دیاگرامی
  - روش میسون (Mason)





$$\begin{cases} P_1 = G_1 G_2 G_5 \\ P_2 = G_1 G_6 \end{cases} \qquad \begin{cases} L_1 = G_1 G_3 \\ L_2 = G_1 G_2 G_4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - G_1 G_3 - G_1 G_2 G_4 \\ \Delta_1 = 1 \\ \Delta_2 = 1 \end{cases} \qquad \rightarrow \quad G = \frac{G_1 G_2 G_5 + G_1 G_6}{1 - G_1 G_3 - G_1 G_2 G_4}$$