دانشکده مهندسی مکانیک

درس کنترل اتوماتیک

AUTOMATIC CONTROL

مقدمه ای بر سیستم های کنترل

❑ فهرست مطالب

- **مقدمه ای بر سیستم های کنترل**
- مدلسازی و نمایش سیستم های دینامیکی و کنترلی
- پایداری سیستم های کنترلی
- تحلیل پاسخ گذرا و ماندگار سیستم های کنترلی
- روش مکان هندسی ریشه ها
- روش های تحلیل پاسخ فرکانسی
- طراحی سیستم های کنترل

فهرست

- **مقدمه**
  - تعریف سیستم کنترلی، تبدیل لاپلاس
- **مدلسازی سیستم های دینامیکی**
  - تعریف سیستم دینامیکی، مدلسازی سیستم های مکانیکی، هیدرولیکی، نیوماتیکی و الکتریکی، تقویت کننده های عملیاتی، معادل سازی سیستم ها
- **نمایش سیستم های دینامیکی**
  - معادلات فضای حالت، نمایش ماتریسی، تابع تبدیل، نمایش دیاگرامی

فهرست (ادامه)

- پایداری سیستم های کنترل
  - بررسی پایداری با کمک مکان هندسی ریشه ها، معیار پایداری راث
- پاسخ زمانی سیستم های کنترل
  - سیستم مرتبه اول (ورودی پله،شیب، ضربه)، سیستم مرتبه دوم (پله، ضربه)، مشخصات رفتار گذرا، سیستم های مرتبه بالاتر
- خطای حالت ماندگار
  - تعریف نوع سیستم، ثابت خطای موقعیت، سرعت و شتاب استاتیکی

فهرست (ادامه)

❑ مکان هندسی ریشه ها

- ✓ تعریف مکان هندسی، رسم مکان هندسی، نمونه هایی از مکان هندسی، سیستم های غیرمینیموم فاز و فیدبک مثبت، تاثیر اضافه کردن صفر و قطب

❑ پاسخ فرکانسی سیستم

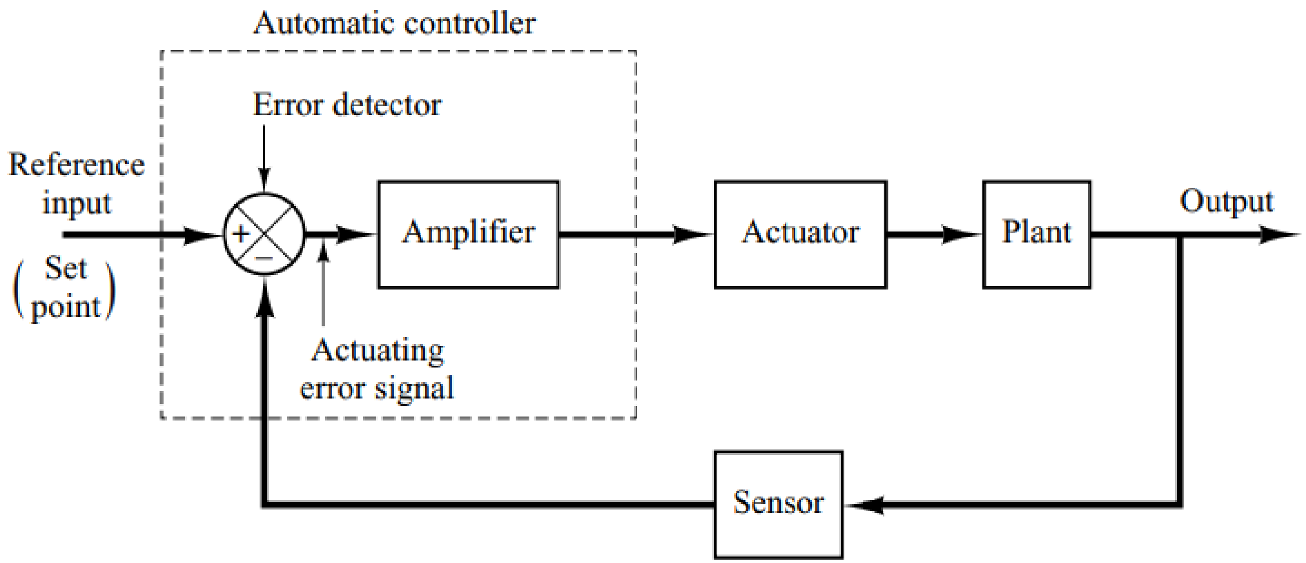
- ✓ تحلیل پاسخ فرکانسی، دیاگرام بود و نایکوئیست، معیار پایداری نایکوئیست، حد فاز و حد بهره

❑ انواع کنترلر

- ✓ کنترلر On-Off، کنترلر های P ، PI ، PD و PID ، کنترلرهای Lead ، Lag و Lead-Lag ، طراحی کنترلر با استفاده از مکان هندسی

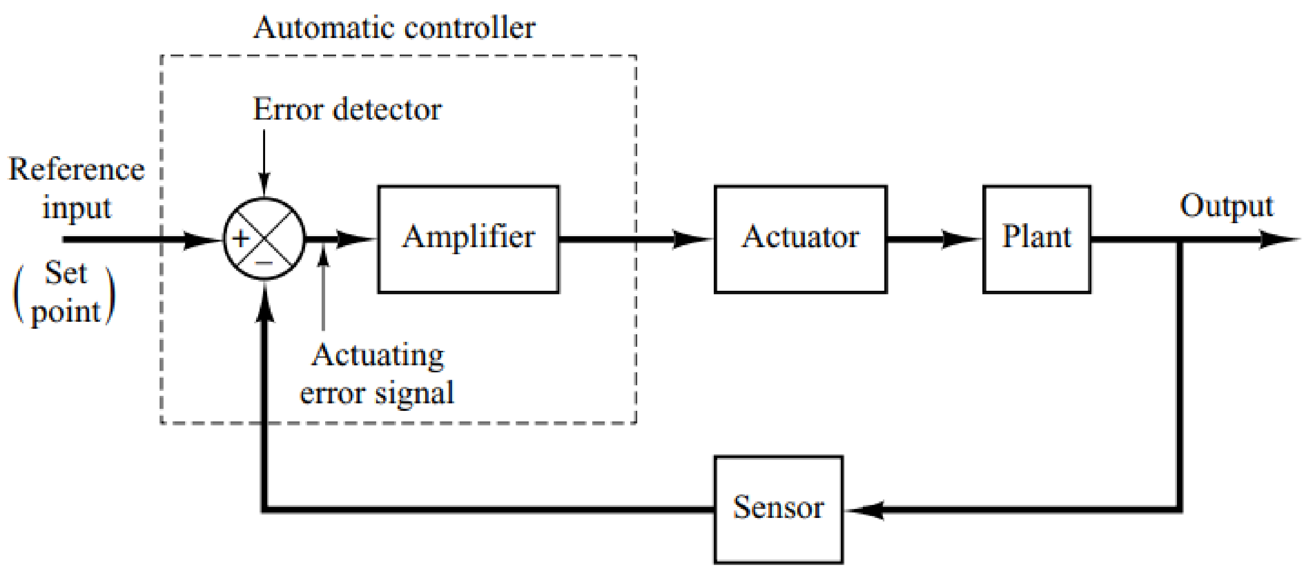
مقدمه

- سیستم های کنترلی
  - ✓ سیستم دینامیکی
  - ✓ ورودی سیستم دینامیکی
  - ✓ خروجی سیستم دینامیکی



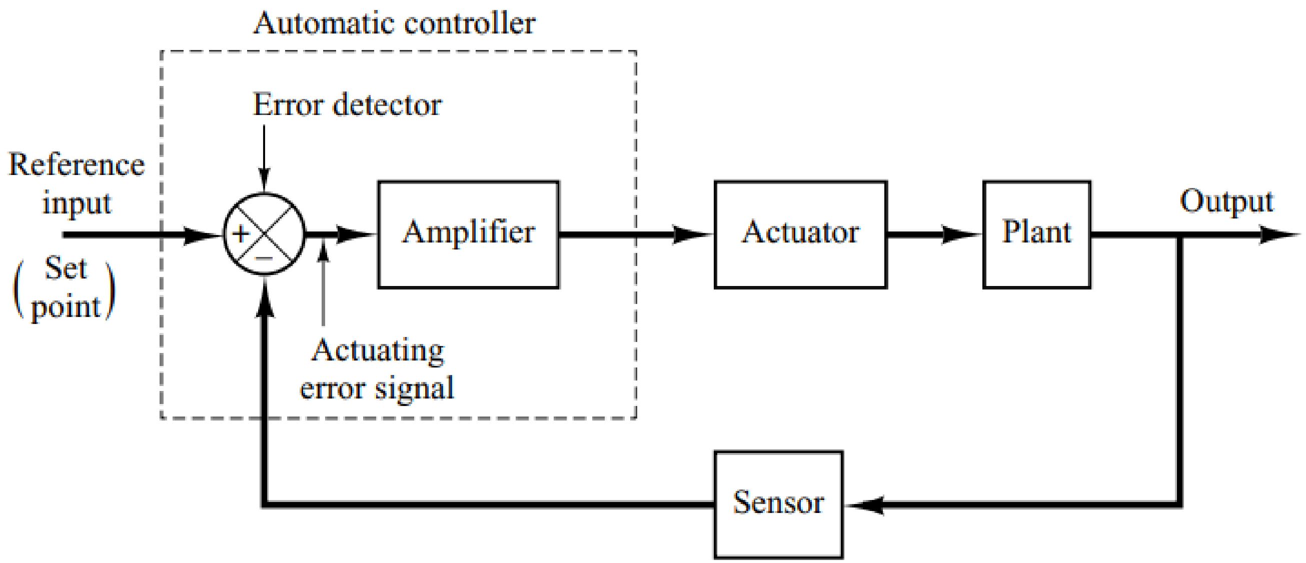
مقدمه

- سیستم های کنترلی
  - ✓ سیستم اندازه گیری
  - ✓ سیستم کنترل
  - ✓ دینامیک مدل نشده، نویز، اغتشاشات



مقدمه

- سیستم های کنترلی
  - ✓ متغیر حالت
  - ✓ بردار متغیر حالت
  - ✓ معادلات فضای حالت



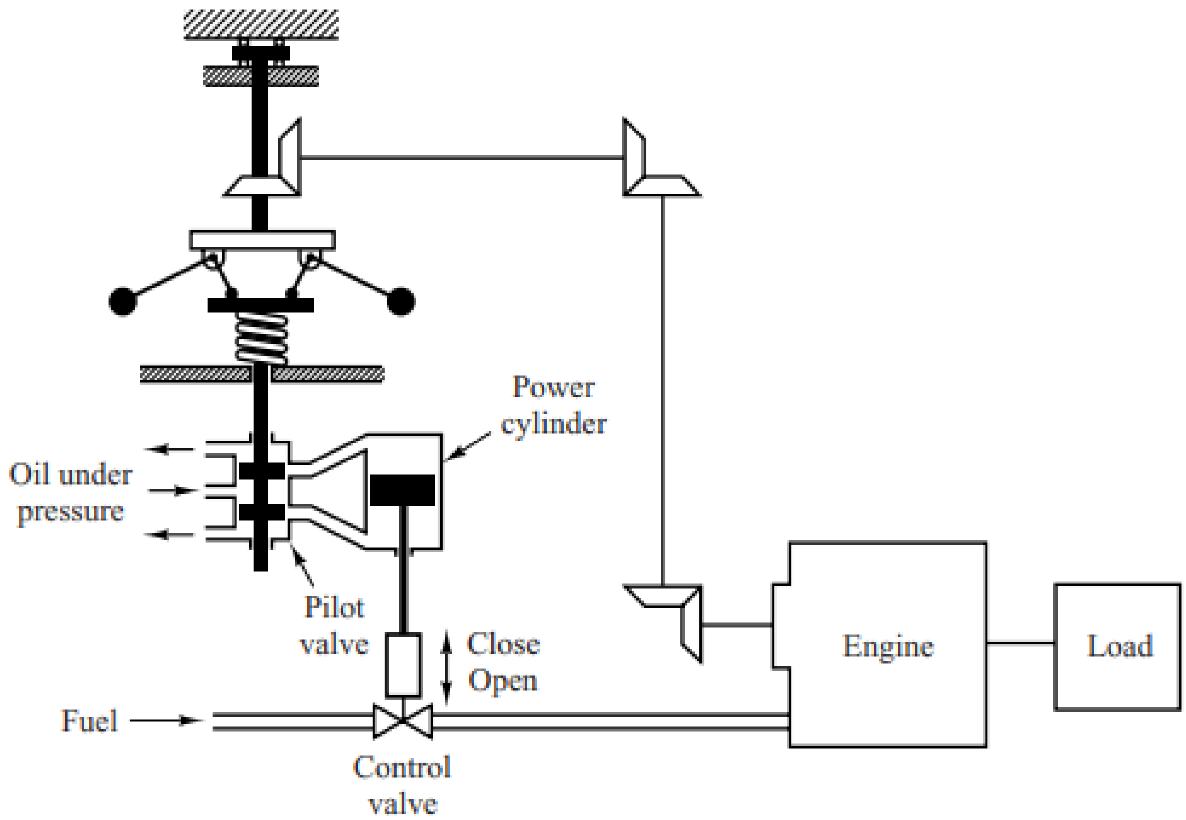
مقدمه

- کاربردهای کنترل
  - ✓ سیستم های متحرک
  - ✓ سیستم های رباتیک
  - ✓ فرآیندهای تولید
  - ✓ فرآیندهای صنعتی
  - ✓ ...

- تاریخچه سیستم های کنترلی
  - ✓ طراحی گاورنر گریز از مرکز برای موتور بخار توسط جیمز وات در قرن هجدهم میلادی
  - ✓ ...

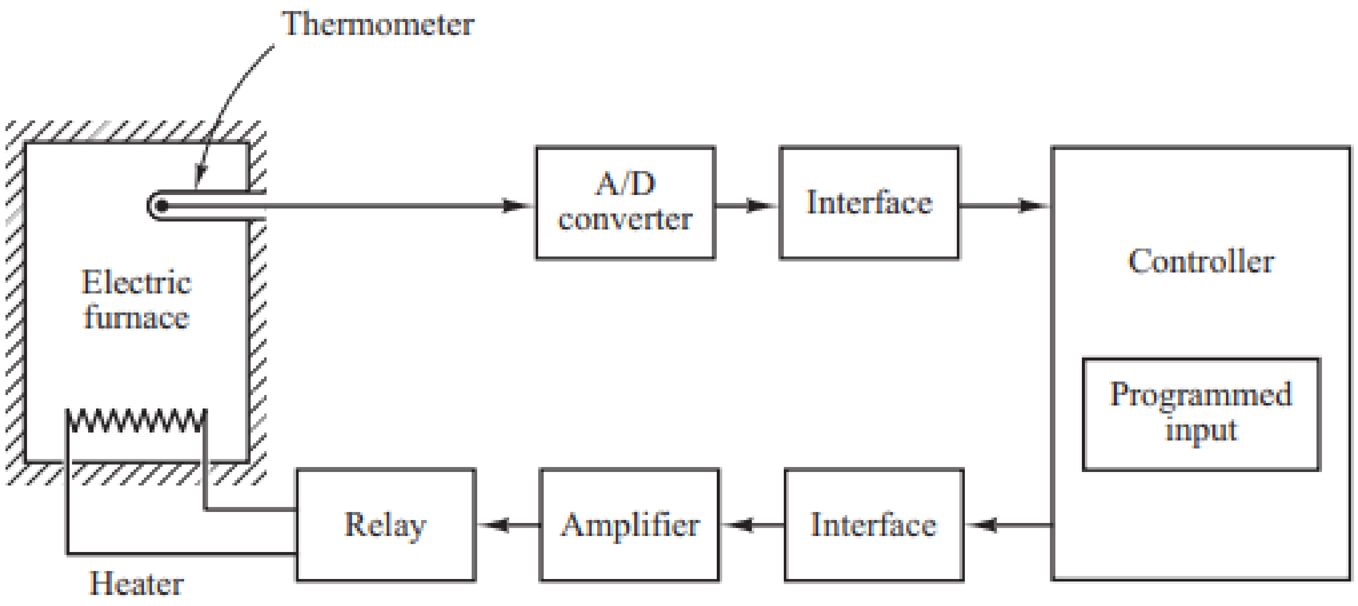
مقدمه

- نمونه هایی از سیستم های کنترل
  - ✓ سیستم کنترل سرعت



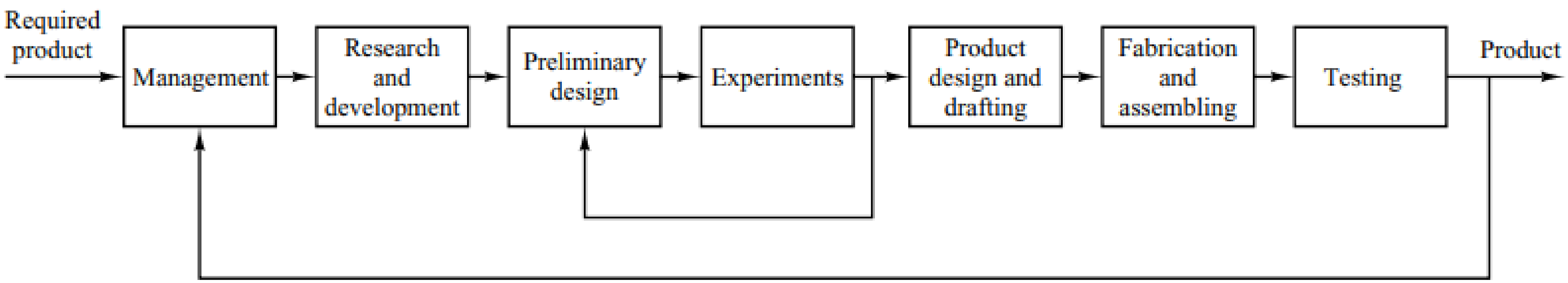
مقدمه

- نمونه هایی از سیستم های کنترل
  - ✓ سیستم کنترل دما



مقدمه

- نمونه هایی از سیستم های کنترل
  - ✓ سیستم اقتصادی



مقدمه

- تئوری های کنترلی
  - کنترل کلاسیک
  - کنترل مدرن
  - کنترل مقاوم

- اهداف اصلی طراحی سیستم کنترل
  - پایدارسازی
  - کاهش خطا
  - بهبود عملکرد

مقدمه

- سیستم های کنترلی
  - سیستم مدار باز
    - خروجی ها تاثیری بر ورودی کنترلی سیستم ندارند.
    - مزایا: ساختار وعملکرد ساده، نگهداری ساده، هزینه پایین تر
    - معایب: تاثیر عوامل محیطی، امکان بروز خطا، محدودیت عملکرد
  - سیستم مدار بسته (کنترل فیدبک)
    - از اطلاعات خروجی در تعیین ورودی کنترلی استفاده می شود.
    - سیگنال خطا به عنوان اختلاف وضعیت کنونی و وضعیت مطلوب ایجاد می شود.

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - تبدیل از فضای زمان به فضای صفحه اعداد مختلط
  - تعریف تبدیل لاپلاس:

$s = \sigma + j\omega$

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}\,dt[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt$$

  - تعریف معکوس تبدیل لاپلاس:

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}\,ds, \qquad \text{for } t > 0$$

مقدمه

تبدیل لاپلاس

- پیاده سازی برای سیستم دینامیکی: (تبدیل معادله دیفرانسیل به معادله جبری)
  - معادله سیستم

$$a_0 \overset{(n)}{y} + a_1 \overset{(n-1)}{y} + \cdots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 \overset{(m)}{x} + b_1 \overset{(m-1)}{x} + \cdots + b_{m-1}\dot{x} + b_m x \qquad (n \geq m)$$

  - تعریف تابع تبدیل

$$\text{Transfer function} = G(s) = \left.\frac{\mathscr{L}[\text{output}]}{\mathscr{L}[\text{input}]}\right|_{\text{zero initial conditions}}$$

$$= \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1}s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n}$$

$$G(s) = G_x + jG_y$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - پیاده سازی برای سیستم دینامیکی:
    - ✓ به دست آوردن خروجی

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \rightarrow Y(s) = G(s)X(s)$$

- ✓ به دست آوردن خروجی در حوزه زمان

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)g(t-\tau)\,d\tau = \int_0^t g(\tau)x(t-\tau)\,d\tau$$

- ✓ تعیین تابع تبدیل با استفاده از ورودی ضربه

$$Y(s) = G(s)$$

$$\mathscr{L}^{-1}[G(s)] = g(t)$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - تبدیل لاپلاس توابع پرکاربرد

$f(t)$	$F(s)$
Unit impulse $\delta(t)$	1
Unit step $1(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{s^n}$
$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$

$f(t)$	$F(s)$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
$t^n e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - خواص اصلی تبدیل لاپلاس

1	$\mathscr{L}[Af(t)] = AF(s)$
2	$\mathscr{L}[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$
3	$\mathscr{L}_{\pm}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = sF(s) - f(0\pm)$
4	$\mathscr{L}_{\pm}\left[\frac{d^2}{dt^2}f(t)\right] = s^2F(s) - sf(0\pm) - \dot{f}(0\pm)$
5	$\mathscr{L}_{\pm}\left[\frac{d^n}{dt^n}f(t)\right] = s^nF(s) - \sum_{k=1}^{n} s^{n-k}\overset{(k-1)}{f}(0\pm)$ where $\overset{(k-1)}{f}(t) = \frac{d^{k-1}}{dt^{k-1}}f(t)$
6	$\mathscr{L}_{\pm}\left[\int f(t)\,dt\right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{1}{s}\left[\int f(t)\,dt\right]_{t=0\pm}$

مقدمه

❑ تبدیل لاپلاس

❖ خواص اصلی تبدیل لاپلاس

✓ قضیه مقدار اولیه

Initial value theorem	$f(0+) = \lim_{t \to 0+} f(t) = \lim_{s \to \infty} sF(s)$

✓ قضیه مقدار نهایی

Final value theorem	$f(\infty) = \lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - جداسازی کسرها
    - ✓ کسرهای با ریشه مخرج غیرتکراری

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)}, \qquad \text{for } m < n$$

$$\longrightarrow \quad F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{a_1}{s+p_1} + \frac{a_2}{s+p_2} + \cdots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

$$\left[(s+p_k)\frac{B(s)}{A(s)}\right]_{s=-p_k} = \left[\frac{a_1}{s+p_1}(s+p_k) + \frac{a_2}{s+p_2}(s+p_k) + \cdots + \frac{a_k}{s+p_k}(s+p_k) + \cdots + \frac{a_n}{s+p_n}(s+p_k)\right]_{s=-p_k} = a_k$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - جداسازی کسرها
    - کسرهای با ریشه مخرج غیرتکراری

$$a_k = \left[(s + p_k) \frac{B(s)}{A(s)} \right]_{s=-p_k}$$

- تابع حوزه زمان (با تبدیل لاپلاس معکوس)

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{a_k}{s + p_k} \right] = a_k e^{-p_k t}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = a_1 e^{-p_1 t} + a_2 e^{-p_2 t} + \cdots + a_n e^{-p_n t}, \qquad \text{for } t \geq 0$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - جداسازی کسرها
    - مثال

$$F(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \quad \longrightarrow \quad F(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} = \frac{a_1}{s+1} + \frac{a_2}{s+2}$$

$$a_1 = \left[(s+1)\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}\right]_{s=-1} = \left[\frac{s+3}{s+2}\right]_{s=-1} = 2$$

$$a_2 = \left[(s+2)\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}\right]_{s=-2} = \left[\frac{s+3}{s+1}\right]_{s=-2} = -1$$

$$\longrightarrow \quad \begin{aligned} f(t) &= \mathscr{L}^{-1}[F(s)] \\ &= \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{2}{s+1}\right] + \mathscr{L}^{-1}\left[\frac{-1}{s+2}\right] \\ &= 2e^{-t} - e^{-2t}, \qquad \text{for } t \geq 0 \end{aligned}$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - جداسازی کسرها
    - مثال

$$G(s) = \frac{s^3 + 5s^2 + 9s + 7}{(s+1)(s+2)}$$

$$\longrightarrow G(s) = s + 2 + \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$$

$$\longrightarrow g(t) = \frac{d}{dt}\delta(t) + 2\delta(t) + 2e^{-t} - e^{-2t}, \qquad \text{for } t \geq 0-$$

مقدمه

تبدیل لاپلاس

جداسازی کسرها

✓ مثال

$$F(s) = \frac{2s + 12}{s^2 + 2s + 5}$$

$$s^2 + 2s + 5 = (s+1)^2 + 2^2$$

$$s^2 + 2s + 5 = (s + 1 + j2)(s + 1 - j2)$$

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t}\sin\omega t] = \frac{\omega}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$$

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t}\cos\omega t] = \frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \omega^2}$$

$$F(s) = \frac{2s+12}{s^2+2s+5} = \frac{10 + 2(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} = 5\frac{2}{(s+1)^2+2^2} + 2\frac{s+1}{(s+1)^2+2^2}$$

$$\begin{aligned} f(t) &= \mathcal{L}^{-1}[F(s)] \\ &= 5\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(s+1)^2+2^2}\right] + 2\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+1}{(s+1)^2+2^2}\right] \\ &= 5e^{-t}\sin 2t + 2e^{-t}\cos 2t, \qquad \text{for } t \geq 0 \end{aligned}$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - جداسازی کسرها
    - ✓ کسرهای با ریشه مخرج تکراری

$$F(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s+1)^3} \longrightarrow F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1}{s+1} + \frac{b_2}{(s+1)^2} + \frac{b_3}{(s+1)^3}$$

$$(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)} = b_1(s+1)^2 + b_2(s+1) + b_3 \longrightarrow \left[(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)}\right]_{s=-1} = b_3$$

$$\frac{d}{ds}\left[(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)}\right] = b_2 + 2b_1(s+1) \longrightarrow \frac{d}{ds}\left[(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)}\right]_{s=-1} = b_2$$

$$\frac{d^2}{ds^2}\left[(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)}\right] = 2b_1$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - جداسازی کسرها
    - کسرهای با ریشه مخرج تکراری

$$F(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s+1)^3} \longrightarrow F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1}{s+1} + \frac{b_2}{(s+1)^2} + \frac{b_3}{(s+1)^3}$$

$$\begin{aligned} b_3 &= \left[(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)}\right]_{s=-1} \\ &= (s^2 + 2s + 3)_{s=-1} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= \left\{\frac{d}{ds}\left[(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)}\right]\right\}_{s=-1} \\ &= \left[\frac{d}{ds}(s^2 + 2s + 3)\right]_{s=-1} \\ &= (2s + 2)_{s=-1} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{2!}\left\{\frac{d^2}{ds^2}\left[(s+1)^3 \frac{B(s)}{A(s)}\right]\right\}_{s=-1} \\ &= \frac{1}{2!}\left[\frac{d^2}{ds^2}(s^2 + 2s + 3)\right]_{s=-1} \\ &= \frac{1}{2}(2) = 1 \end{aligned}$$

مقدمه

- تبدیل لاپلاس
  - جداسازی کسرها
    - ✓ کسرهای با ریشه مخرج تکراری

$$F(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s+1)^3} \longrightarrow F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1}{s+1} + \frac{b_2}{(s+1)^2} + \frac{b_3}{(s+1)^3}$$

$$\longrightarrow f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{0}{(s+1)^2}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(s+1)^3}\right]$$

$$= e^{-t} + 0 + t^2 e^{-t}$$

$$= (1 + t^2)e^{-t}, \qquad \text{for } t \geq 0$$

مقدمه

❑ تبدیل لاپلاس

❖ جداسازی کسرها

✓ استفاده از MatLab

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

→ num= [2 5 3 6]
den= [1 6 11 6]

```
[r,p,k] = residue(num,den)
r =

   -6.0000
   -4.0000
    3.0000

p =

   -3.0000
   -2.0000
   -1.0000

k =

    2
```

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

$$= \frac{-6}{s + 3} + \frac{-4}{s + 2} + \frac{3}{s + 1} + 2$$

مقدمه

❑ تبدیل لاپلاس

❖ جداسازی کسرها

✓ استفاده از MatLab

$$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s+1)^3} = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

$\rightarrow$ num = [1 2 3]
den = [1 3 3 1]

$$\rightarrow \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{1}{s+1} + \frac{0}{(s+1)^2} + \frac{2}{(s+1)^3}$$

```
num = [1  2  3];
den = [1  3  3  1];
[r,p,k] = residue(num,den)

r =

    1.0000
    0.0000
    2.0000

p =

    -1.0000
    -1.0000
    -1.0000

k =

    []
```